ISSN 0315 – 1417

Canadian Operational
Research Society

Societé Canadienne
de Recherche
Opérationnelle

CORS-SCRO BULLETIN

Volume 35 Number 2 – Volume 35 Numéro 2 April / avril 2001

Contents / Table des matières

In This Issue

The National Conference to be held May 7-9 in Quebec City is finally upon us! Find out what all the discussion is about – a detailed schedule can be located by visiting the conference web site.

Our feature O.R. series carries on with a superb review article by Tamás Terlaky from McMaster University. The article is entitled *"Algorithmic Concepts for Conic Linear Optimization"* and can be found on page 7.

Current CORS President Bernard Lamond describes some of the Society's future initiatives in his regular column *From the President's Desk* on page 4. In a similar fashion, current CMS President Jonathan Borwein brings us up to date with the latest information in *From the Files of the CMS* on page 37.

As always, I welcome any comments and suggestions you would like to make for future issues. Simply send them to me at sdrekic@math.uwaterloo.ca.

Steve

Dans ce numéro

Plus que quelques jours avant l'ouverture du congrès annuel qui se tiendra à Québec du 7 au 9 mai! Vous voulez avoir un aperçu de ce qui s'y dira? Vous trouverez un calendrier détaillé des activités dans le site Web du congrès.

Notre série d'articles de fond sur la recherche opérationnelle se poursuit avec un excellent rapport de synthèse de Tamás Terlaky de McMaster University intitulé *"Concepts algorithmiques pour l'optimisation linéaire conique"* et présenté en page 8.

Le président en exercice de la SCRO, Bernard Lamond, nous présente quelques-unes des futures initiatives de la Société dans son *Mot du président* en page 4. Dans *Échos de la SMC* en page 38, le président en exercice de la SMC, Jonathan Borwein, nous livre pour sa part les dernières nouvelles sur la Société mathématique du Canada.

Comme toujours, je vous invite à nous envoyer vos commentaires et suggestions pour les numéros à venir. Il vous suffit de me les faire parvenir à l'adresse sdrekic@math.uwaterloo.ca.

Steve

Editor/Rédacteur	Steve Drekic
Publisher/Éditeur	CORS / SCRO Box 2225 Station D Ottawa, Ont. K1P 5W4
Printer/Imprimeur	Grenville Management & Printing 25 Scarsdale Road North York, Ont M3B 2R2
Elected Officers	**Officiers élus**
President/Président	Bernard Lamond
Vice-President/ Vice-Président	Paul Comeau
Past-President/ Ancienne présidente	Laura Logan
Secretary/Secrétaire	Evelyn Richards
Treasurer/Trésorier	John Blake
Councillors	**Conseillers** Winfried Grassmann (99/01) Bill Hurley (99/01) Nadine Hofmann (00/02) Stephen Jones (00/02)
Standing Committees	**Comités permanents**
Education/Éducation	Erhan Erkut
Membership/Admission	Nadine Hofmann
Public Relations/ Relations publiques	Maurice Elliott, Winfried Grassmann, Stephen Jones
Publications	Michel Gendreau
Program/Programme	Adel Guitouni
Ad hoc Committees	**Comités ad hoc**
Practice Prize/Prix de la pratique de la R.O.	Gilbert Laporte
Student Paper/Concours du meilleur étudiant	Michael Carter
Solandt Prize/ Le prix Solandt	Bernard Lamond
Larnder Prize/ Le prix Larnder	Peter Bell
Service Award/ Prix de services	Paul Comeau
Merit Award/ Prix du mérite	Micheal Carter Winfried Grassmann Laura Logan
Financial Planning/ Planification financière	John Blake Paul Comeau Bernard Lamond
IFORS Rep	Bernard Lamond
WWW	www.cors.ca

The 2000/2001 Council

Your 2000/2001 Council, which is made up of the Officers of the Society, the Elected Councillors, and the Section Presidents, is given below. This information, together with complete mailing addresses, can be found at <www.cors.ca>.

Le Conseil 2000/2001

Le Conseil 2000/2001 de la Société se compose des officiers de la Société, des conseillers élus et des présidents des sections locales, tel qu'indiqué ci-dessous. Cette information, ainsi que les adresses complètes des membres du Conseil, est disponible à <www.cors.ca>.

President/Président	Bernard Lamond, Université Laval, Bernard.Lamond@fsa.ulaval.ca
Vice-President/ Vice-Président	Paul Comeau, Department of National Defense, paul_comeau@hlb-econ.com
Secretary/Secrétaire	Evelyn W. Richards, University of New Brunswick, ewr@unb.ca
Treasurer/Trésorier	John T. Blake, DalTech, john.blake@dal.ca
Past Presidente/ Ancienne présidente	Laura Logan, Air Canada, llogan@aircanada.ca
Councillor/Conseiller	Winfried Grassmann, University of Saskatchewan, grassman@cs.usask.ca
Councillor/Conseiller	Bill Hurley, Royal Military College of Canada, hurley-w@rmc.ca
Councillor/Conseiller	Nadine Hofmann, University of British Columbia, nadine.hofmann@ubc.ca
Councillor/Conseiller	Stephen Jones, University of British Columbia, sjones@coe.ubc.ca
Atlantic	Evelyn W. Richards, University of New Brunswick, ewr@unb.ca
Québec	Adel Guitouni, Defence Research Establishment Valcartier, Adel.Guitouni@drev.dnd.ca
Montréal	Bernard Gendron, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal, bernard@crt.umontreal.ca
Ottawa / Hull	Currently vacant / actuellement vacant
Kingston	Rick Burns, Queen's University, rburns@business.queensu.ca
Toronto	David Martell, University of Toronto, martell@smokey.forestry.utoronto.ca
SW Ontario	Reza Lashkari, University of Windsor, lash@uwindsor.ca
Winnipeg	Currently vacant / actuellement vacant
Saskatoon	Winfried Grassmann, University of Saskatchewan, grassman@cs.usask.ca
Calgary	Maurice Elliott, Decision Insight Systems Inc., Maurice@decision-insight.com
Edmonton	Erhan Erkut, University of Alberta, erhan.erkut@ualberta.ca
Vancouver	Nadine Hofmann, University of British Columbia, nadine.hofmann@ubc.ca
Toronto Student	Chris Neuman, University of Toronto, cneuman@mie.utoronto.ca
Waterloo Student	Mehmut Gumus, University of Waterloo, mgumus@engmail.uwaterloo.ca
Vancouver Student	Claire Lin, University of British Columbia, clin@coe.ubc.ca

Decision-Aid for Performance Enhancement
CORS - SCRO **2001** ***<http://www.fsa.ulaval.ca/scro-jopt>***
May 7-9, 2001 – Quebec City / 7-9 mai 2001 – Ville de Québec
L'aide à la décision pour l'amélioration de la performance

From the President's Desk

At the time of writing these lines, spring is arriving slowly but surely into Quebec City. The city is literally under siege because of the Summit of the Americas and I hope the barricades will have been removed in time for the *CORS and Optimization Days Conference* (CORS-OPTD), followed by the *FRANCORO III Days*. The City of Quebec really has great beauty during the month of May, and our conference will be held in a most hospitable part of town. The scientific program of CORS-OPTD comprises about 190 talks, including 5 plenaries and 5 tutorials, with 8 sessions in parallel, from Monday morning to Wednesday noon. The organizing committee is busy making the final arrangements with the Hilton Hotel for the conference logistics. I strongly urge you to register in advance of the conference and to make your hotel registration, using the forms provided on the conference web sites.

Various special events are awaiting the conference participants. First of all, there will be a welcoming cocktail in the early evening on Sunday, May 6. On Monday, May 7, the NSERC Steering Committee for Industrial Engineering invites you to an information meeting at noon, accompanied by a cold lunch. Then in the evening, don't miss the traditional Optimization Days wine and cheese tasting reception in the Panorama room of the Hilton Hotel (it offers a superb view of Quebec City). Next, on Tuesday, May 8, at noon, I invite you to participate in the CORS Annual General Meeting, during which lunch will be served. Your presence is important because you will meet the Council members and there will be a discussion about the CORS budget and a proposal to increase the annual membership dues. Finally, the annual CORS banquet will be held on Tuesday evening, followed by the traditional award ceremony.

I am convinced that the plenary lectures will attract your interest with topics of practical and theoretical relevance. On the program:

Monday A.M. – MajGen Dempster (National Defense, Chief of Land Staff)

Monday P.M. – Mr. Hugues St-Onge (Hydro-Quebec, Solandt Prize recipient)

Mot du président

Au moment où j'écris ces lignes, le printemps arrive lentement mais sûrement à Québec. La ville est en branle-bas de combat à cause du Sommet des Amériques et j'espère que les barricades policières auront été démantelées à temps pour *le congrès de la SCRO* et des *Journées de l'optimisation* (SCRO-JOPT), suivi *des journées FRANCORO III*. La ville de Québec est vraiment d'une grande beauté au mois de mai, et notre congrès annuel aura lieu dans un quartier vraiment très accueillant. Le programme scientifique de SCRO-JOPT comprends environ 190 communications, incluant 5 plénières et 5 exposés magistraux, avec 8 sessions en parallèle, du lundi matin au mercredi midi. Le comité organisateur est en train de finaliser les derniers arrangements avec l'hôtel Hilton pour la logistique. Je vous suggère fortement de vous inscrire à l'avance et de réserver votre chambre d'hôtel, en utilisant les formulaires fournis sur le site Internet des congrès.

Divers événements spéciaux attendent les congressistes. Tout d'abord, il y aura un cocktail de bienvenue le dimanche 6 mai en début de soirée. Le lundi 7 mai, le Comité de direction de génie industriel du CRSNG vous convie à une réunion d'information à midi, accompagnée d'un repas froid. Puis en soirée, ne manquez pas la traditionnelle dégustation de vins et fromage des Journées de l'optimisation dans la salle Panorama du Hilton (on y a une vue superbe sur la ville de Québec). Ensuite, le mardi 8 mai à midi, je vous invite à participer à l'assemblée générale annuelle de la SCRO, durant laquelle un repas sera servi. Votre présence est importante car vous pourrez y faire connaissance avec les membres du conseil et il y aura discussion sur le budget et sur une proposition de majoration des frais de cotisation annuelle. Enfin, le banquet annuel de la SCRO aura lieu le mardi soir, suivi de la traditionnelle remise de prix.

Je suis convaincu que les conférences plénières sauront susciter votre intérêt avec des sujets pratiques et théoriques des plus pertinents. Au programme :

Lundi A.M. – MajGen Dempster (Défense nationale, Haut commandement)

Lundi P.M. – M. Hugues St-Onges (Hydro-Québec, avec remise du prix Solandt)

Decision-Aid for Performance Enhancement
CORS – SCRO **2001** **<http://www.fsa.ulaval.ca/scro-jopt>**
May 7-9, 2001 – Quebec City / 7-9 mai 2001 – Ville de Québec
L'aide à la décision pour l'amélioration de la performance

Tuesday A.M. – Dr. Ward Whitt (AT&T, Harold Larnder Memorial Lecture)
Tuesday P.M. – Prof. Bernard Roy (Univ. Paris-Dauphine, IFORS Lecture)
Wednesday A.M. – Mr. Dale Reding (National Defense, Directorate for O.R.)

Moreover, through its Travelling Speakers Program, CORS will sponsor the plenary lecture of Professor Maurice Queyranne (UBC) to be held Thursday morning in the FRANCORO III conference. Note also that the French O.R. Society will present its *Challenge ROADEF*.

I want to thank here all the members of the organizing committee who made a remarkable job from the beginning, as well as the host institutions, Laval University and the Defense Research Establishment Valcartier, for the valuable resources they put to our disposal.

The CORS Council has held two meetings since my last column. The report from the ad hoc committee on the future of the *INFOR* journal has been put in action, and the new Editor-in-Chief (Michel Gendreau) will officially begin his functions at the Annual General Meeting of May 8. A "think tank" led by Stephen Jones has undertaken to sketch a public relation strategy for CORS. This is a very promising avenue. Meanwhile, Nadine Hofmann has continued her steps to explore various options to modernize the membership account management practice of CORS. This is another promising avenue.

Over the last few weeks, a constant stream of new membership applications have been received by CORS. Moreover, we observe a very healthy participation to the CORS-OPTD and FRANCORO III conferences, with nearly 340 talks in all. This seems to indicate that operations research is indeed a very active discipline in Canada.

I look forward to seeing you in Quebec City.

Mardi A.M. – Dr. Ward Whitt (AT&T, Prix Harold Larnder)
Mardi P.M. – Prof. Bernard Roy (Univ. Paris-Dauphine, Conférencier IFORS)
Mercredi A.M. – Mr. Dale Reding (Défense nationale, Direction R.O.)

De plus, dans le cadre de son Programme de conférenciers itinérants, la SCRO parrainera la plénière du professeur Maurice Queyranne (UBC) qui aura lieu le jeudi matin au congrès FRANCORO III. Notons aussi que la Société française de RO y présentera son *Challenge ROADEF*.

Je tiens à remercier ici tous les membres du comité organisateur qui ont fait un travail remarquable depuis le début, ainsi que les institutions hôtes, l'Université Laval et le Centre de recherches pour la défense Valcartier, pour les précieuses ressources qu'elles ont mises à notre disposition.

Le conseil de la SCRO s'est réuni à deux reprises depuis ma dernière chronique. Le rapport du comité ad hoc sur l'avenir de la revue *INFOR* a été mis en œuvre, et le nouveau rédacteur en chef (Michel Gendreau) entrera en fonction lors de l'assemblée générale annuelle du 8 mai. Un groupe de réflexion dirigé par Stephen Jones a entrepris d'ébaucher une stratégie de relations publiques pour la SCRO. C'est un dossier à suivre. D'autre part, Nadine Hofmann a poursuivi ses démarches dans le but d'explorer diverses options pour moderniser la gérance des comptes et de la correspondance avec les membres. C'est un autre dossier à suivre.

Depuis quelques semaines, on nous signale une recrudescence de nouveaux membres qui ont décidé de se joindre à la SCRO. De plus, nous constatons une participation très marquée aux congrès SCRO-JOPT et FRANCORO III, avec près de 340 communications en tout. Cela semble indiquer que la recherche opérationnelle est une discipline bien active au Canada.

Alors, au plaisir de vous voir à Québec.

Bernard

ANNOUNCEMENT OF TENURE-TRACK FACULTY POSITION

IN APPLIED OPERATIONS RESEARCH
DEPARTMENT OF MANAGEMENT SCIENCES
UNIVERSITY OF WATERLOO
WATERLOO, ONTARIO, CANADA

The Department of Management Sciences in the Faculty of Engineering at the University of Waterloo invites applications from outstanding individuals for a tenure track appointment at any rank in Applied Operations Research, commencing on or after September 1, 2001. We are seeking someone with a Ph.D., who is capable of teaching, research and graduate student supervision in an applied area such as operations management, production management, supply chain management, public policy analysis, or any other area of applied operations research. An ability to conduct interdisciplinary research in other areas of the department (information systems or management of technology) would be viewed positively. Applicants can learn more about faculty interests at

http://www.mansci.uwaterloo.ca/faculty.shtml,

and about the Department at http://www.mansci.uwaterloo.ca/.

The University of Waterloo encourages applications from all qualified individuals, including women, members of visible minorities, native peoples, and persons with disabilities. This appointment is subject to the availability of funds. Salary will be commensurate with qualifications and experience.

Please send a detailed curriculum vitae and the names of three references to: Professor J. David Fuller, Chair, Department of Management Sciences, University of Waterloo, 200 University Avenue West, Waterloo, Ontario, CANADA N2L 3G1 (E-mail: dfuller@engmail.uwaterloo.ca ; Fax: 519-746-7252). Applications will be accepted until the position is filled.

Algorithmic Concepts for Conic Linear Optimization : Pivot and Interior Point Algorithms

by Tamás Terlaky[1]
Department of Computing and Software
McMaster University, Hamilton, Ontario, Canada
E-mail: terlaky@mcmaster.ca
Homepage: http://www.cas.mcmaster.ca/~terlaky

ABSTRACT

Linear optimization (LO) is the fundamental problem of mathematical optimization. It admits an enormous number of applications in engineering, economics, sciences and many other fields. The three remarkable classes of algorithms for solving LO are: Pivot, Ellipsoid and Interior Point Methods (IPMs). In the first part of the paper we review the fundamentals of algorithmic concepts. Because Ellipsoid Methods are not efficient in practice, this review concentrates on the computationally successful Simplex and Primal-Dual IPMs only putting the main emphasis on the latter ones. The second part reviews how IPMs can be generalized to special classes of conic-linear optimization problems. Finally, the latest results about IPMs are discussed briefly.

1. The Linear Optimization (LO) problem

LO consists of optimizing, i.e. minimizing or maximizing, a *linear function* over a certain domain. In the classical LO problem, that is usually referred to as *linear programming*, the domain is given by a set of *linear constraints*. Only linear functions are involved and this linearity might give the impression that LO problems are easy to solve. However, here not only a set of linear equations has to be solved, but our task is made more difficult in two ways. Inequalities are involved, thus the set of feasible solutions is not an affine space but a polyhedron, and an optimization component: "find a solution that has the best possible value of the objective function" is present.

All pivot algorithms make use of the polyhedral structure of LO and seek for an optimal solution among the vertices of the set of feasible solutions. On the other hand, modern LO algorithms are based on nonlinear optimization methods, such as barriers and Newton steps. This algorithmic enhancement made possible to extend the theory and the design of efficient algorithms to LO problems over structured convex conic sets. These optimization problems are called *conic-linear optimization* (CLO) problems that contain the optimization of a linear function over second-order cones (Second-Order Conic Optimization – SOCO)[2] and over the cone of symmetric semidefinite matrices (Semidefnite Optimization – SDO).

Before discussing our main theme – algorithmic concepts for CLO – we first devote some paragraphs to the history of LO. The two major components: optimizing a function and solving a linear system can be traced back for centuries.

Optimization is a natural activity. Optimization elements can be found in the ancient Greek mathematics too. Lagrange considered the minimization of a function while a set of nonlinear equality constraints are satisfied. Although inequalities were not considered by Lagrange, he had laid the foundations of duality theory, the principal foundation of most algorithms.

Concepts algorithmiques pour l'optimisation linéaire conique : algorithmes du pivot et de point intérieur

par Tamás Terlaky[1]
Department of Computing and Software
McMaster University, Hamilton, Ontario, Canada
Courriel : terlaky@mcmaster.ca
Site Web : http://www.cas.mcmaster.ca/~terlaky

RÉSUMÉ

L'optimisation linéaire (OL) est le problème fondamental de l'optimisation mathématique. Elle a une foule d'applications en génie, en économie, en sciences et dans plusieurs autres domaines. Les trois principales classes d'algorithmes de résolution de l'OL sont les méthodes du pivot, de l'ellipsoïde et de point intérieur. Dans la première section de cet article, nous passons en revue les bases des concepts algorithmiques. Étant donné que les méthodes de l'ellipsoïde ne sont pas efficaces dans la pratique, cette étude porte essentiellement sur les méthodes de point intérieur du simplexe et primales-duales qui présentent une efficacité computationnelle; elle met principalement l'accent sur les méthodes primales-duales. Dans la deuxième section, nous examinons comment les méthodes de point intérieur peuvent être généralisées pour des classes particulières de problèmes d'optimisation linéaire conique. Enfin, nous présentons brièvement les plus récents résultats concernant les méthodes de point intérieur.

1. Le problème d'optimisation linéaire (OL)

L'optimisation linéaire consiste à optimiser, c'est-à-dire à minimiser ou à maximiser, une *fonction linéaire* sur un certain domaine. Dans le problème classique d'optimisation linéaire, qu'on désigne habituellement sous le nom de *programmation linéaire*, le domaine est déterminé par un ensemble de *contraintes linéaires*. Ce problème ne comporte que des fonctions linéaires et cette linéarité peut donner l'impression que les problèmes d'OL sont simples à résoudre. Or, ici, non seulement faut-il résoudre un ensemble d'équations linéaires, mais notre tâche est rendue plus difficile de deux façons. Comme le problème comprend des inégalités, l'ensemble de solutions réalisables n'est pas un espace affine, mais un polyèdre, et un élément d'optimisation est présent : « trouver une solution qui présente la meilleure valeur possible de la fonction objectif ».

Tous les algorithmes du pivot utilisent la structure polyédrique d'OL et recherchent une solution optimale parmi les sommets de l'ensemble de solutions réalisables. D'autre part, les algorithmes modernes d'OL sont fondés sur des méthodes d'optimisation non linéaires, telles que les barrières et la méthode de Newton. Cette évolution algorithmique a permis d'adapter la théorie et la conception d'algorithmes efficaces à des problèmes d'OL sur des ensembles convexes coniques structurés. On appelle ces problèmes d'optimisation des problèmes d'*optimisation linéaire conique* (OLC) qui comprennent l'optimisation d'une fonction linéaire sur des cônes de second ordre (optimisation conique de second ordre – OCSO)[2] et sur le cône de matrices symétriques semi-définies (optimisation semi-définie – OSD).

Avant d'aborder notre thème principal – les concepts algorithmiques pour l'OLC – nous consacrons d'abord quelques paragraphes à l'histoire de l'OL dont les deux composantes principales, l'optimisation d'une fonction et la résolution d'un système linéaire, remontent à plusieurs siècles.

On the side of solving linear systems, an epoch-making step was made by Gauss by establishing his celebrated *Gauss elimination* algorithm which is still one of the main techniques to solve systems of linear equations. However, besides equations, LO involves inequalities as well. An intellectually appealing, but computationally inefficient algorithm to solve systems of linear inequalities was designed by Fourier and Motzkin [18]. Systems of linear inequalities were thoroughly studied by Farkas [8]. He developed the theory of alternative systems. Farkas' fundamental result is still among the most frequently cited ones in the LO literature; it is equivalent to the Strong Duality Theorem of LO.

LO – as an independent discipline with ever growing number of applications – was born in the middle of the 20th century. Although some specially structured LO problems were formulated and systematically studied earlier by Kantorovich [18], Dantzig [7] was the first to develop a concise theory: geometrical analysis, duality theory, library of prototype practical models and a computationally efficient algorithm, the *simplex method* which is still the most efficient pivot method to solve LO problems. Illuminating true stories about the birth of LO and the simplex method can be found in [14], including Dantzig's recall of those historic years. Because solving large scale LO problems is a highly computational intensive activity, starting from the 1950's the algorithmic developments in the area of LO are closely related to the advances in computer technology. As the speed and capacity of computers increases, new avenues open to solve larger and larger LO problems. In the 1950's, problems with hundreds of variables were considered to be large scale problems. Now everyone can solve problems with tens of thousands of variables on his own desktop PC and LO problems with millions of variables are solved. The reader is referred to [1, 4] for surveys of computational state of the art.

The practical efficiency of the simplex method could not hide the frustrating fact that some variants of the simplex method might require prohibitively a long time to solve some LO problems. This was made explicit in the early seventies by Klee and Minty [13] as they showed that a variant of the simplex method requires exponentially many steps to solve an LO problem where the set of feasible solutions is a slightly perturbed hypercube. On the other hand, under a probabilistic model, Borgwardt [6] proved that the average case behaviour of some simplex methods is polynomial.

The Klee-Minty example stimulated the research for alternative algorithms for LO. It was an open problem for a long time whether LO problems are polynomially solvable or not. The positive result was presented by Khachian [12]. Khachian's ellipsoid method was able to solve LO problems in polynomial time. This major result reached the front page of the *New York Times*, but it turned out soon that in practice the ellipsoid method is computationally not competitive with the simplex method. In practice, the simplex method performs much better than its theoretical worst case bound suggests, while the ellipsoid method performs close to its worst case bound.

The next break-through was achieved by Karmarkar [11] in 1984. He presented an IPM whose worst case complexity bound was better than for the ellipsoid method. Karmarkar also claimed superior computational performance. Karmarkar's results and claims started the interior point revolution [19, 24, 25]. By now, the superior theoretical properties of IPMs are obvious; highly efficient implementations are available; the implementations are at least competitive with the implementations of simplex methods and have superior performance on large scale problems [1].

In this paper we briefly review the fundamental algorithmic concepts of the two computationally highly successful major algorithm classes. We concentrate on features of Simplex Methods and Primal-Dual Path-Following IPMs.

L'optimisation est une activité naturelle. Les mathématiques de la Grèce antique comportaient aussi des éléments d'optimisation. Lagrange a étudié la minimisation d'une fonction pour laquelle un ensemble de contraintes d'égalité non linéaires est satisfait. Bien que Lagrange n'ait pas pris en compte les inégalités, il avait jeté les bases de la théorie de la dualité, le principe fondamental de la plupart des algorithmes.

En ce qui concerne la résolution de systèmes linéaires, une étape marquante a été franchie par Gauss lorsqu'il a établi son célèbre algorithme, l'*élimination gaussienne*, qui demeure encore aujourd'hui l'une des principales techniques de résolution des systèmes d'équations linéaires. Toutefois, outre ces équations, l'OL comporte également des inégalités. Fourier et Motzkin [18] ont conçu un algorithme séduisant sur le plan intellectuel, mais inefficace numériquement, pour résoudre des systèmes d'inégalités linéaires. Les systèmes d'inégalités linéaires ont été explorés en profondeur par Farkas [8]. Ce dernier a formulé la théorie des systèmes alternatifs. Le résultat fondamental de Farkas reste encore l'un des plus fréquemment cités dans la littérature sur l'OL; il équivaut au théorème de la dualité forte d'OL.

L'OL – en tant que discipline autonome dont le nombre d'applications ne cesse d'augmenter – est apparue au milieu du XX[e] siècle. Même si certains problèmes structurés d'OL avaient été formulés et étudiés de manière systématique auparavant par Kantorovich [18], Dantzig [7] a été le premier à élaborer une théorie concise : analyse géométrique, théorie de la dualité, bibliothèque de modèles prototypes pratiques et algorithme offrant une bonne calculabilité, la *méthode du simplexe* est encore la méthode du pivot la plus efficace pour résoudre des problèmes d'OL. On trouvera à la référence [14] des récits éclairants sur les débuts de l'OL et sur la méthode du simplexe, y compris le compte rendu de Dantzig sur ces années historiques. Comme la résolution de problèmes d'OL de grande taille est une activité exigeant une grande puissance de calcul, à compter des années 1950, les progrès algorithmiques dans le domaine de l'OL sont étroitement liés à la technologie informatique. À mesure qu'augmentent la vitesse et la capacité des ordinateurs, de nouvelles avenues s'ouvrent pour résoudre des problèmes d'OL de plus en plus importants. Dans les années 1950, les problèmes comportant des centaines de variables étaient considérés comme des problèmes à grande échelle. Aujourd'hui, chacun peut résoudre sur son ordinateur personnel des problèmes contenant des dizaines de milliers de variables et on arrive à résoudre des problèmes d'OL comportant des millions de variables. Pour avoir une idée de l'état actuel des calculs réalisables, nous invitons le lecteur à se reporter aux références [1, 4].

Malgré son efficacité pratique, la méthode du simplexe présente un côté beaucoup moins intéressant puisque certaines variantes de cette méthode nécessitent parfois un temps extrêmement long pour résoudre certains problèmes d'OL. Cela a clairement été établi au début des années 1970 par Klee et Minty [13] qui ont démontré qu'une variante de la méthode du simplexe exigeait exponentiellement de nombreuses étapes pour résoudre un problème d'OL lorsque l'ensemble de solutions réalisables est un hypercube légèrement perturbé. En revanche, dans un modèle probabiliste, Borgwardt [6] a prouvé que le comportement moyen de certaines méthodes du simplexe est polynomial.

L'exemple de Klee-Minty a fait progresser les recherches d'algorithmes alternatifs pour l'OL. On s'est longtemps demandé si les problèmes d'OL étaient solubles de manière polynomiale ou non. Le premier résultat positif fut présenté par Khachian [12]. La méthode de l'ellipsoïde de Khachian permettait de résoudre des problèmes d'OL de temps polynomial. Ce résultat déterminant fit la première page du *New York Times*, mais il s'avéra rapidement que dans la pratique, la méthode de l'ellipsoïde ne pouvait rivaliser computationnellement avec la méthode du simplexe. En pratique, la méthode du simplexe offre une performance bien supérieure à ce que semble suggérer sa borne de pire cas théorique, tandis que la méthode de l'ellipsoïde obtient un résultat proche de sa borne de pire cas.

2. The primal dual LO problems

2.1 Duality

The primal and dual LO problem in standard form can be defined as

$$\text{minimize}\{c^T x : Ax = b, x \geq 0\}, \qquad \text{(P-LO)}$$
$$\text{maximize}\{b^T y : A^T y + s = c, s \geq 0\}, \qquad \text{(D-LO)}$$

where $c, x, s \in \mathbb{R}^n$, $b, y \in \mathbb{R}^m$ are vectors, and $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ is a given matrix. The deep, fundamental result, the so-called *Strong Duality Theorem* of LO, is as follows.

Theorem 2.1 (Strong Duality) If both the primal and dual problems admit a feasible solution, then for any optimal solutions x^* and y^* we have $c^T x^* = b^T y^*$, i.e., the duality gap is zero.

Duality results can be used in many different ways. They can be used to check optimality of solutions. If a pair of solutions x^* and (y^*, s^*) are given, then we need to check if x^* is primal feasible (if $Ax^* = b$, $x^* \geq 0$ holds); if (y^*, s^*) is dual feasible (if $A^T y^* + s^* = c$, $s^* \geq 0$ holds) and finally, if the two objective values are equal, i.e., if $c^T x^* = b^T y^*$, or equivalently, if

$$x_j^*(c - A^T y^*)_j = x_j^* s_j^* = 0 \;\; \forall \; j = 1, \ldots n.$$

The last relation says that optimal solutions are complementary. A stronger result, characteristic only for LO problems, states that a *strictly complementary optimal solution* always exists.

Theorem 2.2 (Goldman-Tucker Theorem) If both the primal and dual problems admit a feasible solution, then there are primal and dual optimal solutions x^* and (y^*, s^*) with $x^* + s^* > 0$.

These relations provide the fundamentals of different algorithmic concepts that are fleshed briefly in the sequel.

2.2 Foundations of algorithms

The duality theory says that in order to find optimal solutions for both the primal and dual problems, we need to solve the system

$$\begin{array}{rrl} Ax & = b, & x \geq 0, \\ A^T y + & s = c, & s \geq 0, \\ & x_j s_j = 0, & j = 1, \ldots, n. \end{array} \qquad (1)$$

Here the first line represents primal feasibility, the second one dual feasibility and the last one the complementarity condition which guarantees optimality, i.e., $c^T x^* = b^T y^*$.

The specific algorithms for LO approach to solve the system of optimality conditions differently. Figure 1 illustrates the requirements of the different methods, specify which equations and inequalities are preserved by the various algorithms.

The complementarity condition represents a strong combinatorial character of LO problems that is featured by pivot algorithms. Pivot algorithms use basic solutions and hence they always keep the primal and the dual equality constraints true. Further, by the construction of the primal

La percée suivante a été réalisée par Karmarkar [11] en 1984. Il a présenté une méthode de point intérieur dont la pire borne de complexité était supérieure à celle de la méthode de l'ellipsoïde. Karmarkar assurait aussi obtenir un rendement computationnel supérieur. Les résultats et les affirmations de Karmarkar amorcèrent la révolution du point intérieur [19, 24, 25]. Aujourd'hui, la supériorité théorique des méthodes de point intérieur est évidente; des applications extrêmement efficaces sont accessibles qui sont au moins concurrentielles avec les méthodes du simplexe et offrent un rendement supérieur pour les problèmes à grande échelle [1].

Dans le présent article, nous passons brièvement en revue les concepts algorithmiques fondamentaux des deux principales classes d'algorithmes d'une grande efficacité computationnelle. Nous nous intéressons plus particulièrement à certaines caractéristiques des méthodes de point intérieur du simplexe et primales-duales de suivi de chemin.

2. Les problèmes primaux-duaux d'optimisation linéaire

2.1 Dualité

Le problème primal-dual d'optimisation linéaire sous forme standard peut être défini

$$\min \{c^T x : Ax = b, x \geq 0\}, \qquad \text{(OL-P)}$$
$$\max \{b^T y : A^T y + s = c, s \geq 0\}, \qquad \text{(OL-D)}$$

où $c, x, s \in \mathbb{R}^n$, $b, y \in \mathbb{R}^m$ sont des vecteurs et $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ est une matrice donnée. Le résultat fondamental et en profondeur, ledit *Théorème de la dualité forte* d'OL, est le suivant :

Théorème 2.1 (Dualité forte) Si le problème primal et le problème dual admettent tous deux une solution réalisable, alors pour toute solution optimale x^* et y^* on a $c^T x^* = b^T y^*$, c'est-à-dire que l'écart de dualité est nul.

On peut utiliser les résultats de dualité de nombreuses manières différentes. On peut les employer pour vérifier l'optimalité des solutions. Si on a une paire de solutions x^* et (y^*, s^*), alors on doit vérifier si x^* est primale-admissible (si $Ax^* = b$, $x^* \geq 0$ se vérifie); si (y^*, s^*) est duale-admissible (si $A^T y^* + s^* = c$, $s^* \geq 0$ se vérifie) et enfin, si les deux valeurs-objectif sont égales, c'est-à-dire si $c^T x^* = b^T y^*$, ou, de manière équivalente, si

$$x_j^*(c - A^T y^*)_j = x_j^* s_j^* = 0 \quad \forall\, j = 1, \ldots n.$$

La dernière relation révèle que les solutions optimales sont complémentaires. Un résultat plus robuste, uniquement caractéristique des problèmes d'OL, indique qu'il existe toujours une *solution optimale strictement complémentaire*.

Théorème 2.2 (Théorème de Goldman-Tucker) Si le problème primal et le problème dual admettent tous deux une solution réalisable, alors il existe des solutions optimales duales et primales x^* et (y^*, s^*) où $x^* + s^* > 0$.

Ces relations fournissent les fondements des différents concepts algorithmiques décrits brièvement ci-après.

2.2 Fondements des algorithmes

Il est dit dans la théorie de la dualité que pour trouver des solutions optimales pour les problèmes primal et dual, on doit résoudre le système

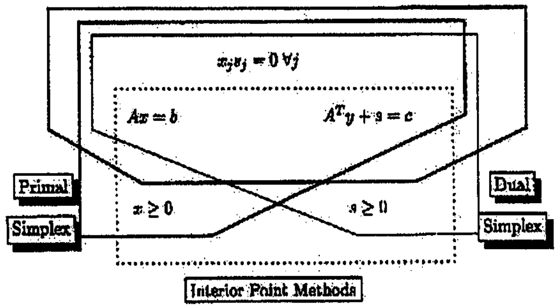

Figure 1: Characteristics of Algorithms for LO

and dual basic solution, the complementarity conditions are satisfied as well, while nonnegativity of the variables does not necessarily hold, thus pivot algorithms work toward satisfying the nonnegativity constraints.

Contrary to pivot methods where complementarity is maintained throughout the solution process, intermediate solutions generated by *Interior Point Methods* (IPMs) typically satisfy all equality and nonnegativity conditions but complementarity (see Figure 1) is attained just at termination. IPMs do not make use of the combinatorial features of LO.

2.3 Pivot Algorithms

If no feasibility (nonnegativity) condition is forced to hold or forced to be preserved, then we talk about *criss-cross methods*. A *finite criss-cross method* goes through some (possibly both primal and dual infeasible) basic solutions until either primal infeasibility, dual infeasibility or optimality is detected. This procedure can be started with any basic solution and solves the linear programming problem in **one phase**, in a finite number of pivot steps. The least-index criss-cross method [21, 10] is perhaps the simplest possible pivot algorithm and gives rise to a very short algorithmic proof of the LO Strong Duality Theorem 2.1 (see e.g., [10]).

Simplex pivot methods always require and preserve either primal or dual feasibility of the actual basic solutions. A primal (resp. dual) simplex method is initiated by a primal (dual) feasible basic solution. If neither optimality nor unboundedness is detected, then a new basis and the related basic solution is chosen in such a way that a dual (primal) infeasible variable enters (leaves) the basis and: (a) the new basis is again primal (dual) feasible; (b) the new basis differs exactly by one element, one variable from the old one, i.e. the new basis is a neighbour of the old one. Feasibility of the basic solution is preserved throughout and the primal (dual) objective function value is monotonically decreasing (increasing) at each basis exchange. To produce a primal or dual feasible basic solution is a nontrivial task. It requires the solution of another LP problem, the so-called *first phase* problem [7].

2.3.1 Characteristics of the solution given by Simplex methods

Simplex methods generate an optimal basic solution. In case of degeneracy one does not know which optimal basic will be found. Furthermore, in case of degeneracy, none of the optimal basic solutions is strictly complementary. Finding a strictly complementary solution from an optimal basis is not easy; it is just as difficult as solving the original problem.

$$\begin{aligned} Ax \quad &= b, \quad x \geq 0, \\ A^T y + \quad s &= c, \quad s \geq 0, \\ x_j s_j &= 0, \quad j = 1, \ldots, n. \end{aligned} \tag{1}$$

Ici la première ligne représente l'admissibilité primale, la seconde, l'admissibilité duale et la dernière, la condition de complémentarité qui garantit l'optimalité, soit $c^T x^* = b^T y^*$.

Les algorithmes spécifiques à l'OL font appel à différentes approches pour résoudre le système de conditions d'optimalité. La figure 1 illustre les conditions des différentes méthodes et indiquent quelles équations et inégalités sont conservées par les divers algorithmes.

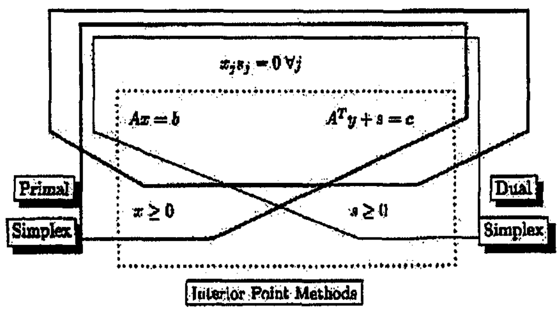

Figure 1: Caractéristiques des algorithmes pour l'OL

La condition de complémentarité représente un caractère combinatoire fort des problèmes d'OL mis en relief par les algorithmes du pivot. Les algorithmes du pivot utilisent des solutions de base et, par conséquent, les contraintes d'égalité primale et duale y sont toujours vraies. En outre, grâce à la construction de la solution de base primale et duale, les conditions de complémentarité sont également satisfaites alors que la non-négativité des variables ne se vérifie pas nécessairement, par conséquent les algorithmes du pivot tendent vers la satisfaction des contraintes non négatives.

Contrairement aux méthodes du pivot où la complémentarité est maintenue au moyen du processus de résolution, les solutions intermédiaires obtenues par des *méthodes de point intérieur* satisfont généralement toutes les conditions d'égalité et de non-négativité, mais la complémentarité est réalisée (voir Figure 1) seulement à la terminaison. Les méthodes de point intérieur ne font pas appel aux propriétés combinatoires de l'OL.

2.3 Algorithmes du pivot

Si aucune condition d'admissibilité (de non-négativité) n'est forcée pour être vérifiée ou être conservée, alors on parle de *méthodes criss-cross*. Une méthode *criss-cross finie* étude les solutions de base (peut-être primales-inadmissibles et duales-inadmissibles) jusqu'à ce que soit détectée l'inadmissibilité primale ou duale ou l'optimalité. Ce procédé qui peut-être entrepris avec toute solution de base résout le problème de programmation linéaire en **une seule phase**, suivant un nombre fini de pas de pivotage. La méthode criss-cross des moindres indices [21, 10] est peut-être l'algorithme de pivot le plus simple et il donne lieu à une très courte démonstration algorithmique du théorème 2.1 de la dualité forte d'OL (se reporter à l'exemple, [10]).

2.3.2 Complexity, miscellaneous properties

Simplex methods suffer from degeneracy not only theoretically but in practice too. In theory, the difficulty is to prove finite termination because cycling might happen. In practice, stalling deteriorates the performance. Special techniques, such as lexicographic rules [7], least-index rules [5, 21] and various heuristics are developed to circumvent these problems.

It worth emphasizing that traditional sensitivity analysis that is based on "the" optimal basis is faulty [19]. It provides correct sensitivity information only if the LO problem is nondegenerate.

Although no polynomial time version of the simplex method is known and exponential examples are known for most variants, the simplex method allows the implementation of various heuristics to enhance practical performance. State-of-the-art implementations of simplex methods are: e.g., XPRESS-MP, CPLEX, OSL, MOSEK, MILP, SoPlex (see e.g., http://neos.mcs.anl.gov/).

Probably the greatest advantage of simplex methods over IPMs is the highly efficient warm start, based on the dual simplex algorithm, in Branch-and-cut schemes.

2.4 Interior Point Methods

IPMs seek to approach the optimal solution through a sequence of points that are always strictly feasible. Such methods have been known for a long time [9] but, because they are more demanding for storage and reliable floating point arithmetic than simplex methods, in the early years of OR they were not considered to be efficient. Contrary to pivot algorithms, IPMs – at least the most popular primal-dual ones – require and preserve both primal and dual feasibility while the complementarity condition (1) is relaxed. In fact, the requirement is even stronger, not only $x, s \geq 0$ is required but $x, s > 0$. IPMs follow the so-called *central path*. We may assume w.l.g. that $\text{rank}(A) = m$ and strictly feasible solutions exist [19, 22, 25]. Then the parameterized nonlinear system

$$\begin{aligned} Ax \qquad &= b, \quad x \geq 0, \\ A^T y + \qquad s &= c, \quad s \geq 0, \\ xs &= \mu e, \end{aligned} \tag{2}$$

where $xs \in \mathbb{R}^n$ denotes the coordinatewise (Hadamard) product of the vectors x and s and $e = (1,\ldots,1)^T \in \mathbb{R}^n$, has a unique solution $(x(\mu), y(\mu), s(\mu))$ for each $\mu > 0$. The primal central path is defined as $\{x(\mu) : \mu > 0\}$ while the dual central path is $\{(y(\mu), s(\mu)) : \mu > 0\}$. It is evident that as $\mu \to 0$, the central path approaches the set of optimal solutions, because the perturbation of the complementarity condition approaches zero.

The parameterized system (2) was originally derived as the Karush-Kuhn-Tucker system of the primal as well as the dual *logarithmic barrier problems*:

$$\text{minimize}\{c^T x - \mu \sum_{j=1}^{n} \log x_j : Ax = b, x \geq 0\},$$

$$\text{maximize}\{b^T y + \mu \sum_{j=1}^{n} \log s_j : A^T y + s = c, s \geq 0\}.$$

Les méthodes du pivot du simplexe requièrent et préservent toujours l'admissibilité soit primale soit duale des solutions de base réelles. Une méthode du simplexe primale (ou respectivement duale) est engendrée par une solution de base primale(duale)-admissible). Si on ne détecte ni optimalité ni absence de bornes, alors on choisit une nouvelle base et la solution de base qui y est liée de façon qu'une variable duale(primale)-inadmissible entre dans la base (ou en sorte) et (a) la nouvelle base est à nouveau primale(duale)-admissible; (b) la nouvelle base varie exactement d'un élément, d'une variable de l'ancienne base, c'est-à-dire que la nouvelle base est une voisine de l'ancienne. L'admissibilité de la solution de base est préservée partout et la valeur de la fonction objectif primale (duale) décroît (augmente) monotonement à chaque échange de base. Il n'est pas facile de produire une solution de base primale- ou duale-admissible. Il faut résoudre un autre problème d'OL, dit *problème de première phase* [7].

2.3.1 Caractéristiques de la solution obtenue par les méthodes du simplexe

Les méthodes du simplexe produisent une solution de base optimale. En cas de dégénérescence, on ignore quelle base optimale on obtiendra. En outre, dans un tel cas de dégénérescence, aucune solution de base optimale n'est strictement complémentaire. Il n'est pas facile de trouver une solution strictement complémentaire à partir d'une base optimale; cela est parfois aussi difficile que de résoudre le problème d'origine.

2.3.2 Complexité, propriétés diverses

Les méthodes du simplexe sont l'objet de dégénérescence non seulement en théorie, mais également dans la pratique. En théorie, la difficulté consiste à faire la démonstration d'une terminaison finie en raison d'un risque de cyclage. En pratique, la stagnation (« stalling ») détériore la performance. Des techniques spéciales, telles que des règles lexicographiques [7], des règles des moindres indices [5, 21] et diverses heuristiques sont conçues pour remédier à ces problèmes.

Il convient d'insister sur le fait que l'analyse de sensibilité traditionnelle fondée sur la base optimale est erronée [19]. Elle fournit une information exacte sur la sensibilité seulement si le problème d'OL n'est pas dégénéré.

Même si aucune version de temps polynomial de la méthode du simplexe n'est connue et que des exemples exponentiels sont connus pour la plupart des variantes, la méthode du simplexe permet l'exécution de diverses heuristiques pour améliorer la performance pratique. Les méthodes du simplexe les plus récentes sont : XPRESS-MP, CPLEX, OSL, MOSEK, MILP, SoPlex (se reporter, par exemple, à http://neos.mcs.anl.gov/).

Le plus grand avantage des méthodes du simplexe sur les méthodes de point intérieur est probablement le fait qu'on puisse reprendre de façon très efficace leur exécution à partir de solutions antérieures (« warm start »), en utilisant l'algorithme dual du simplexe, dans des stratégies de « branch-and-cut ».

2.4 Méthodes de point intérieur

Les méthodes de point intérieur tentent d'atteindre la solution optimale au moyen d'une séquence de points qui sont toujours strictement admissibles. Ces méthodes existent déjà depuis longtemps [9], mais comme elles nécessitent un stockage plus important et une arithmétique en virgule flottante plus fiable que les méthodes du simplexe, aux premiers temps de la RO, on ne les jugeait pas efficaces. À la différence des algorithmes du pivot, les méthodes de point intérieur – du moins les méthodes primales-duales les plus utilisées – nécessitent et préservent leur admissibilité primale et duale alors que la condition de complémentarité (1) est moins stricte. En fait, la condition

The role of the barrier function log(•) is to keep the variables x and s strictly positive.

2.4.1 IPMs for LO

Primal-Dual Path-following IPMs use *Newton steps* to follow the central path that leads the iterative process to an optimal solution. The Newton step (Δx, Δy, Δs) is the unique solution of the equation system

$$\begin{aligned} A\Delta x \quad &= 0, \\ A^T\Delta y + \quad \Delta s &= 0, \\ s\Delta x + x\Delta s &= \mu e - x s. \end{aligned} \tag{3}$$

IPMs take damped Newton steps, such that the new triple ($x + \alpha\Delta x$, $y + \alpha\Delta y$, $s + \alpha\Delta s$), where represents the step-length, is "close" to the target point ($x(\mu)$, $y(\mu)$, $s(\mu)$) on the central path.

During this process we need to measure the distance of the iterates to the central path, thus we need a proximity measure that satisfies the basic requirement: a proximity must be zero for the target point ($x(\mu)$, $s(\mu)$) on the central path and increasingly positive outside. Various proximity measures were introduced and analyzed in the last decade, e.g.,

$$\delta_c(xs,\mu) = \|\frac{xs}{\mu} - e\| \text{ and } \delta_b(xs,\mu) = \|\sqrt{\frac{xs}{\mu}} - \sqrt{\frac{\mu}{xs}}\|.$$

Both of $\delta_c(xs, \mu)$ and $\delta_b(xs, \mu)$ satisfy the basic requirement, however $\delta_c(xs, \mu)$ does not go to infinity as the candidate solution (x, y, s) approaches the the boundary of the feasible set, i.e., it does not have the barrier property. The proximity $\delta_b(xs, \mu)$ does have the barrier property, thus applicable for global analysis of IPMs. The general scheme of IPMs is as follows:

Large Update Primal-Dual Interior Point Algorithm

Input:
A proximity measure $\delta(xs, \mu)$;
a proximity parameter $\tau > 0$;
an accuracy parameter $\epsilon > 0$;
a variable damping factor α;
a barrier update parameter $0 < \theta < 1$;
(x°, s°) and $\mu^\circ = 1$ such that $\delta(x^\circ s^\circ, \mu^\circ) \leq \tau$.
begin
    $x := x^\circ$; $s := s^\circ$; $\mu := \mu^\circ$;
    while $n\mu \geq \epsilon$ **do**
    begin
        $\mu := (1-\theta)\mu$;
        while $\delta(xs, \mu) \geq \tau$ **do**
        begin
            Solve the Newton system for Δx, Δy, Δs;
            $x := x + \alpha\Delta x$;
            $s := s + \alpha\Delta s$;
            $y := y + \alpha\Delta y$
        end
    end
end

requise est même supérieure, non seulement $x, s \geq 0$, mais $x, s > 0$. Les méthodes de point intérieur suivent le *chemin central*. On peut considérer, sans restreindre la portée générale de la démonstration, que rang$(A) = m$ et qu'il existe des solutions strictement admissibles [19, 22, 25]. Par conséquent, le système non linéaire paramétré

$$\begin{aligned} Ax \quad &= b, \quad x \geq 0, \\ A^T y + \quad s &= c, \quad s \geq 0, \\ xs &= \mu e, \end{aligned} \tag{2}$$

où $xs \in \mathbb{R}^n$ indique le produit en coordonnées (d'Hadamard) des vecteurs x et s, et $e = (1,\ldots,1)^T \in \mathbb{R}^n$, a une solution unique $(x(\mu), y(\mu), s(\mu))$ pour tout $\mu > 0$. Le chemin central primal est défini en tant que $\{x(\mu) : \mu > 0\}$ alors que le chemin central dual est $\{(y(\mu), s(\mu)) : \mu > 0\}$. Il est clair que comme $\mu \to 0$, le chemin central tend vers l'ensemble de solutions optimales parce que la perturbation de la condition de complémentarité tend vers zéro.

Le système paramétré (2) a à l'origine été dérivé sous forme de système de Karush-Kuhn-Tucker des *problèmes de barrière logarithmique* primaux et duaux :

$$\text{minimize}\{c^T x - \mu \sum_{j=1}^{n} \log x_j : Ax = b, x \geq 0\},$$

$$\text{maximize}\{b^T y + \mu \sum_{j=1}^{n} \log s_j : A^T y + s = c, s \geq 0\}.$$

Le rôle de la fonction barrière log(•) consiste à garder la valeur des variables x et s strictement positive.

2.4.1 Méthodes de point intérieur pour l'OL

Les méthodes de point intérieur primales-duales de suivi de chemin font appel aux *itérations de Newton* pour suivre le chemin central qui dirige le processus itératif vers une solution optimale. L'itération de Newton $(\Delta x, \Delta y, \Delta s)$ est la solution unique du système d'équations.

$$\begin{aligned} A\Delta x \quad &= 0, \\ A^T \Delta y + \quad \Delta s &= 0, \\ s\Delta x + x\Delta s &= \mu e - x s. \end{aligned} \tag{3}$$

Les méthodes de point intérieur procèdent par itérations de Newton amorties, de manière telle que le nouveau triple $(x + \alpha\Delta x, y + \alpha\Delta y, s + \alpha\Delta s)$, où α représente le pas, est « près » du point cible $(x(\mu), y(\mu), s(\mu))$ sur le chemin central.

Durant ce processus, on doit mesurer la distance des itérées au chemin central, on a donc besoin d'une mesure de proximité qui satisfait à la condition de base : une proximité doit être nulle pour le point cible $(x(\mu), s(\mu))$ sur le chemin central et avoir une valeur positive de plus en plus élevée à l'extérieur. Depuis dix ans, diverses mesures de proximité ont été créées et analysées, notamment

2.4.2 The solution given by IPMs

IPMs generate a sequence of strictly feasible (interior w.r.t. the positive orthant) primal and dual solutions. The duality gap, but not necessarily the primal or dual objective, decreases monotonically. IPMs produce an ϵ optimal solution, i.e., a feasible solution pair for which the duality gap $c^Tx - b^Ty < \epsilon$ is small. In case of degeneracy, IPMs converge to the *analytic centre*[3] of the optimal face and produce a strictly complementary pair of solutions.

To produce an exact solution to the LO problem is not the privilege of pivot algorithms. Starting from a sufficiently precise solution an exact strictly complementary solution can readily be identified [19]. Moreover, if a basic solution is needed, an efficient basis identification algorithm procedure can be applied to identify an optimal basis [1, 19].

2.4.3 Complexity, miscellaneous properties

IPMs enjoy polynomial time worst case complexity. So far the best known iteration bound is $O(\sqrt{n}\log\frac{n}{\varepsilon})$ Newton steps which cost each $O(n^{2.5})$ arithmetic operations resulting in an $O(n^3\log\frac{n}{\varepsilon})$ total complexity. The cost of identifying an exact strictly complementary solution is $O(n^3)$ arithmetic operations; an optimal basis can be found by using at most n additional pivots, i.e., by $O(n^3)$ arithmetic operations.

Contrary to pivot methods, degeneracy is not an issue in IPMs. Neither theory, complexity, nor practice of IPMs is seriously affected by degeneracy. Moreover, correct sensitivity analysis can be done on the basis of an interior solution [19].

The Newton Process enjoys local quadratic convergence to the target point on the central path and numerous IPMs exhibit asymptotic quadratic (quartic) convergence to the optimal face [24, 25].

One of the secrets behind the computational success of IPMs is highly efficient sparse matrix technology. Symbolic factorization, sparse Cholesky and Bunch-Parlett factorization, [1] are the key tools in calculating the Newton step. As a result, highly efficient IPM-based software were developed in the last years. The reader can try BPMPD, CPLEX-Barrier, LOQO, LIPSOL, MOSEK, OSL, PCx (see e.g., http://neos.mcs.anl.gov/).

3. Generalization to Conic Linear Optimization

Although it is almost an impossible task to generalize pivot algorithms for CLO, IPMs provide the most efficient algorithms not only to solve LO but also to solve large classes of Conic Linear Optimization (CLO) problems. We are talking about CLO when the nonnegativity restriction on the variables is generalized to the requirement that the variables are from a closed convex pointed cone $\mathcal{K}$. A primal-dual pair of CLO problems is defined as follows:

$$\text{minimize}\{c^Tx : Ax = b,\ x \in \mathcal{K}\}, \qquad \text{(P-CLO)}$$
$$\text{maximize}\{b^Ty : A^Ty + s = c,\ s \in \mathcal{K}^*\}, \qquad \text{(D-CLO)}$$

where $\mathcal{K}^* = \{s :\ x^Ts \geq 0 \text{ for all } x \in \mathcal{K}\}$ is the dual cone associated with the cone $\mathcal{K}$ that is also pointed, closed and convex.

$$\delta_c(xs,\mu) = \|\frac{xs}{\mu} - e\| \quad \text{et} \quad \delta_b(xs,\mu) = \|\sqrt{\frac{xs}{\mu}} - \sqrt{\frac{\mu}{xs}}\|.$$

$\delta_c(xs, \mu)$ et $\delta_b(xs, \mu)$ satisfont tous deux à la condition de base, cependant $\delta_c(xs, \mu)$ ne va pas jusqu'à l'infini puisque la solution candidate (x, y, s) tend vers la frontière du domaine admissible, c'est-à-dire qu'il ne possède pas la propriété de barrière. La proximité $\delta_b(xs, \mu)$ possède la propriété de barrière, elle est donc applicable pour une analyse globale des méthodes de point intérieur. Voici la structure générale des méthodes de point intérieur :

<u>**Algorithme actualisé de point intérieur primal-dual de grande taille**</u>

Données d'entrée :
Une mesure de proximité $\delta(xs, \mu)$;
Un paramètre de proximité $\tau > 0$;
Un paramètre de précision $\epsilon > 0$;
Un coefficient d'amortissement des variables α;
Un paramètre d'actualisation de la barrière $0 < \theta < 1$;
(x°, s°) et $\mu^\circ = 1$ tel que $\delta\,(x^\circ s^\circ, \mu^\circ) \le \tau$.
début
  $x := x^\circ; s := s^\circ; \mu := \mu^\circ;$
  tant que $n\mu \ge \epsilon$ **faire**
  début
    $\mu := (1-\theta)\mu;$
    tant que $\delta(xs, \mu) \ge \tau$ **faire**
    début
      Résolution du système de Newton pour Δx, Δy, Δs;
      $x := x + \alpha\Delta x;$
      $s := s + \alpha\Delta s;$
      $y := y + \alpha\Delta y$
    fin
  fin
fin

2.4.2 La solution fournie par les méthodes de point intérieur

Les méthodes de point intérieur produisent une séquence de solutions primales et duales strictement admissibles (intérieures par rapport à l'orthant positif). L'écart de dualité, mais pas nécessairement l'objectif primal ou dual, décroît de façon monotone. Les méthodes de point intérieur produisent une solution optimale ϵ, c'est-à-dire une paire de solutions admissibles pour lesquelles l'écart de dualité $c^T x - b^T y < \epsilon$ est petit. En cas de dégénérescence, les méthodes de point intérieur convergent vers le *centre analytique*[3] de la face optimale et produisent une paire de solutions strictement complémentaires.

Produire une solution exacte pour le problème d'OL n'est pas réservé aux algorithmes du pivot. À partir d'une solution suffisamment précise, on peut dégager une solution strictement complémentaire exacte [19]. De surcroît, si on a besoin d'une solution de base, on peut avoir recours à une procédure d'algorithme d'identification de la base pour déterminer une base optimale [1, 19].

3.1 Duality in CLO

In order to have the analogue of the *Strong Duality Theorem* hold, we need some regularity condition. Fortunately, the Slater regularity condition just coincides with the interior point condition (IPC):

- for the primal CLO: *there exists an* $x \in \text{int}(\mathcal{K})$ *that satisfies* $Ax = b$;
- for the dual CLO: *there exists a* $y \in \mathbb{R}^m$ *and* $s \in \text{int}(\mathcal{K}^*)$ *that satisfy* $A^T y + s = c$,

where $\text{int}(\mathcal{K})$ denotes the interior of the cone $\mathcal{K}$. Further, w.l.g. one can assume the IPC.[4]

Theorem 3.1 (Strong Duality) If both the primal and dual CLO problems satisfy the IPC then both (P-CLO) and (D-CLO) have optimal solutions x^* and y^* with $c^T x^* = b^T y^*$.

Just as in LO, the Strong Duality Theorem enables us to characterize optimal solutions in various ways. We have that a primal feasible x^* and a dual feasible (y^*, s^*) is optimal if $c^T x^* = b^T y^*$ or, equivalently, if

$$x^{*T} s^* = x^T(c - A^T y^*) = c^T x^* - b^T y^* = 0.$$

Unfortunately the Goldman-Tucker Theorem 2.2 is not true for CLO problems.

3.2 Foundations of algorithms

The Duality Theorem 3.1 states that in order to find optimal solutions for both the primal and the dual problems with zero duality gap, we need to solve the system

$$\begin{aligned} Ax \qquad &= b, \quad x \in \mathcal{K}, \\ A^T y + \qquad s &= c, \quad s \in \mathcal{K}^*, \\ x^T s &= 0. \end{aligned} \tag{4}$$

Here the first line represents primal feasibility, the second line is dual feasibility and the last one is the optimality condition. Observe that the condition $x^T s = 0$ cannot be interpreted as $x_i s_i = 0$ for each i. In the conic setting, we need to evaluate this expression for each specific cone separately and develop appropriate methods to make proper adaptation of the ideas of IPMs. Before going into the discussion of IPMs for CLO problems, first an important property, self-duality of cones is discussed. When one expresses the optimality conditions of LO in the form of (4), then one has $\mathcal{K} = \mathcal{K}^* = \mathbb{R}^n_+$, i.e., the cone $\mathcal{K}$ and its dual coincide, in other words, the cone $\mathcal{K}$ is *self-dual*. Self-duality, although was not named explicitly at LO, is a fundamental, most useful property. It allows one to treat the primal and the dual variables in the same way, it allows one to define the Hadamard product $\mathbb{R}^n_+ \times \mathbb{R}^n_+ :\to \mathbb{R}^n_+$ of the vectors $x \in \mathbb{R}^n_+$ and $s \in \mathbb{R}^n_+$ as $xs \in \mathbb{R}^n_+$. In other words, we have a mapping $\mathcal{K} \times \mathcal{K} :\to \mathcal{K}$. Using these tools, we get that the optimality condition can be written as the *complementarity* condition $xs = 0$ in (1), where the Hadamard product of the vectors x and s is equal to the zero element of the respective cone $\mathcal{K} = \mathbb{R}^n_+$.

In IPMs the right-hand-side zero element of the complementarity condition $xs = 0$ is replaced by a multiple of the unit element μe, as a perturbation. Then Newton's method is applied to get an approximate solution for the perturbed system and the perturbation parameter μ is gradually reduced to zero.

2.4.3 Complexité, propriétés diverses

Les méthodes de point intérieur présentent une complexité au pire cas de temps polynomial. Jusqu'à ce jour, la meilleure borne d'itération est $O(\sqrt{n}\log\frac{n}{\varepsilon})$ pas de la méthode de Newton dont chacun coûte $O(n^{2.5})$ opérations mathématiques ce qui se traduit par une complexité totale de $O(n^3\log\frac{n}{\varepsilon})$. Le coût d'identification d'une solution complémentaire strictement exacte est $O(n^3)$ opérations arithmétiques; on peut trouver une base optimale en utilisant tout au plus n pivots additionnels, soit par $O(n^3)$ opérations arithmétiques.

À la différence des méthodes du pivot, la dégénérescence ne constitue pas un problème pour les méthodes de point intérieur. Ni l'aspect théorique, ni la complexité, ni l'aspect pratique des méthodes de point intérieur ne sont sérieusement touchées par la dégénérescence. De plus, on peut effectuer une analyse de sensibilité adéquate sur la base d'une solution intérieure [19].

La méthode de Newton présente une convergence quadratique locale vers le chemin central et bon nombre de méthodes de point intérieur ont une convergence quadratique asymptotique (quartique) vers la face optimale [24, 25].

L'un des secrets de la supériorité computationnelle des méthodes de point intérieur réside dans leur technologie matricielle à faible densité extrêmement efficace. La factorisation symbolique, la factorisation à faible densité de Cholesky et Bunch-Parlett [1] sont les outils principaux pour calculer la méthode de Newton. Par conséquent, on a mis au point au cours des dernières années des logiciels très efficaces fondés sur les méthodes de point intérieur. Le lecteur peut essayer BPMPD, CPLEX-Barrier, LOQO, LIPSOL, MOSEK, OSL, PCx (se reporter, par exemple, à http://neos.mcs.anl.gov/).

3. La généralisation pour l'optimisation linéaire conique

Même s'il presque impossible de généraliser les algorithmes du pivot pour l'optimisation linéaire conique, les méthodes de point intérieur présentent les algorithmes les plus efficaces non seulement pour la résolution de l'OL, mais aussi pour résoudre de vastes classes de problèmes d'optimisation linéaire conique. On parle d'optimisation linéaire conique quand la restriction de non-négativité sur les variables s'étend à la condition voulant que les variables soient issues d'un cône pointu convexe fermé $\mathcal{K}$. On définit ainsi une paire primale-duale de problèmes d'optimisation linéaire conique :

$$\min\{c^Tx : Ax = b, x \in \mathcal{K}\}, \qquad \text{(OLC-P)}$$
$$\max\{b^Ty : A^Ty + s = c, s \in \mathcal{K}^*\}, \qquad \text{(OLC-D)}$$

où $\mathcal{K}^* = \{s : x^Ts \geq 0 \textit{ pour tout } x \in \mathcal{K}\}$ est le cône dual associé au cône $\mathcal{K}$ qui est également pointu, fermé et convexe.

3.1 Dualité en optimisation linéaire conique

Pour que se vérifie l'analogue du *Théorème de la dualité forte*, on a besoin d'une condition de régularité. Heureusement, la condition de régularité de Slater coïncide parfaitement avec la condition de point intérieur (CPI) :

To adapt IPMs to solve CLO problems, we need to define inner product, analogue of the Hadamard product, the zero and the unit element in the proper space where the cones are defined.

3.3 IPMs for SOCO and SDO

In this section, two classes of CLO problems are reviewed: Second-Order (SOCO) and Semidefinite (SDO) optimization. We define systematically the cones, operations, zero and unit elements and the Newton step for these specific problem classes. When these elements are defined, the general algorithmic scheme of IPMs, as presented in Section 2, can be applied.

3.3.1 Second-Order Conic Optimization

SOCO or, as it is frequently referred to, conic quadratic optimization is based on the direct product of second-order, or Lorenz-cones.

Definition 3.2 The set $\mathcal{L}^n = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x_{n*}\| < x_n\}$ is called the n-dimensional Second-Order cone, where $x_{n*} = (x_1,\ldots,x_{n-1})^T$.

It is easy to verify that $\mathcal{L}^n$ is a closed, convex, pointed cone. Further, by applying the Cauchy-Schwarz inequality, one can prove that the cone $\mathcal{L}^n$ is self-dual, i.e., $(\mathcal{L}^n)^* = \mathcal{L}^n$. The inner product is defined in the standard way and the zero element is just the zero vector; however, the unit element is not the vector having all coordinates equal to one. The vector $(1,\ldots 1)$ is not in $\mathcal{L}^n$. The unit element in the interior of the Second-Order cone is the vector $e_n = (0,\ldots,0,1)^T$. Before presenting the Newton step, we still need to define the Jordan product "$\circ$" : $\mathcal{L}^n \times \mathcal{L}^n \to \mathcal{L}^n$ of two vectors[5] as follows: Let $x, s \in \mathbb{R}^n$, then

$$x \circ s := (x_n s_{n*}^T + s_n x_{n*}^T, x^T s)^T.$$

The Jordan product of vectors can be expressed by a matrix-vector product. Let

$$X := \mathrm{mat}(x) = \begin{pmatrix} x_n I & x_{n*} \\ x_{n*}^T & x_n \end{pmatrix},$$

and then $x \circ s = Xs = Sx$. The usefulness of the Jordan product can be understood by studying the optimality condition $x^T s = 0$. Let us consider the optimality condition (4) of a CLO problem when $\mathcal{K} = \mathcal{K}^* = \mathcal{L}^n$. Then for $x, s \in \mathcal{L}^n$, we have

$$x^T s = x_{n*}^T s_{n*} + x_n s_n \geq -\|x_{n*}\|\,\|s_{n*}\| + x_n s_n \geq 0,$$

where the first inequality is obtained by applying the Cauchy-Schwarz inequality and the second inequality follows from the definition of the cone $\mathcal{L}^n$. We have $x^T s = 0$, and thus equality at both cases, if and only if $x_{n*} \parallel s_{n*}$ and $\|x_{n*}\| = x_n$, $\|s_{n*}\| = s_n$. These conditions can be expressed as $x \circ s = Xs = 0$.

After this preparation we are ready to define the general form SOCO problem, the IPC for SOCO, the central path and the Newton step.

- pour l'OLC primale : *il existe un* $x \in \text{int}(\mathcal{K})$ *qui satisfait à* $Ax = b$;
- pour l'OLC duale : *il existe un* $y \in \mathbb{R}^m$ et un $s \in \text{int}(\mathcal{K}^*)$ *qui satisfont à* $A^Ty + s = c$,

où int($\mathcal{K}$) représente l'intérieur du cône $\mathcal{K}$. En outre, sans resteindre la portée générale, on peut déduire la condition de point intérieur[4].

Théorème 3.1 (Dualité forte) Si le problème primal et le problème dual d'OLC satisfont tous deux à la condition de point intérieur, alors tant (OLC-P) que (OLC-D) ont des solutions optimales x^* et y^* où $c^Tx^* = b^Ty^*$.

Comme pour l'OL, le théorème de la dualité forte nous permet de caractériser les solutions optimales de différentes façons. Nous savons qu'un primal-admissible x^* et un dual-admissible (y^*,s^*) est optimal si $c^Tx^* = b^Ty^*$ ou, de manière équivalente, si

$$x^{*T}s^* = x^T(c - A^Ty^*) = c^Tx^* - b^Ty^* = 0.$$

Malheureusement, le théorème de Goldman-Tucker 2.2 ne se vérifie pas pour tous les problèmes d'OLC.

3.2 Fondements des algorithmes

Dans le théorème de dualité 3.1, on affirme que pour trouver des solutions optimales tant pour le problème primal que pour le problème dual comportant un écart de dualité nul, on doit résoudre le système

$$\begin{aligned} Ax \qquad &= b, \quad x \in \mathcal{K}, \\ A^Ty + \qquad s &= c, \quad s \in \mathcal{K}^*, \\ x^Ts &= 0. \end{aligned} \tag{4}$$

Ici, la première ligne représente l'admissibilité primale, la seconde, l'admissibilité duale et la dernière, la condition d'optimalité. Il faut noter que la condition $x^Ts = 0$ ne peut pas être interprétée sous la forme $x_i\, s_i = 0$ pour tout i. Dans un environnement conique, on doit évaluer cette expression séparément pour chaque cône spécifique et élaborer des méthodes appropriées pour adapter de manière adéquate les concepts des méthodes de point intérieur. Avant de traiter des méthodes de point intérieur pour les problèmes d'OLC, il fait d'abord considérer une propriété importante, l'auto-dualité des cônes. Lorsqu'on exprime les conditions d'optimalité de l'OL sous la forme de (4), on obtient alors $\mathcal{K} = \mathcal{K}^* = \mathbb{R}^n_+$, c'est-à-dire que le cône $\mathcal{K}$ et son dual coïncident, en d'autres termes, le cône $\mathcal{K}$ est *auto-dual*. L'auto-dualité, même si elle n'a pas été désignée expressément pour l'OL, est une propriété fondamentale d'une grande utilité. Elle permet de traiter les variables primales et duales de la même manière, elle permet de définir le produit d'Hadamard $\mathbb{R}^n_+ \times \mathbb{R}^n_+ :\to \mathbb{R}^n_+$ des vecteurs $x \in \mathbb{R}^n_+$ et $s \in \mathbb{R}^n_+$ en tant que $xs \in \mathbb{R}^n_+$. Autrement dit, on obtient une table de correspondances $\mathcal{K} \times \mathcal{K} :\to \mathcal{K}$. À l'aide de ces outils, on arrive à exprimer la condition d'optimalité sous la forme de la condition de *complémentarité* $xs = 0$ dans (1), où le produit d'Hadamard des vecteurs x et s est égal à l'élément zéro du cône respectif $\mathcal{K} = \mathbb{R}^n_+$.

Let $\mathcal{K} = \mathcal{K}^* = \mathcal{L}^{n_1} \times \cdots \times \mathcal{L}^{n_k}$ where $n_1 + \cdots + n_k = n$ and for $j = 1,\ldots,k$ let us define the vectors $x^j = (x_{p+1},\ldots,x_{p+n_j})^T$ where $p = \sum_{i=1}^{j-1} n_i$, thus $x = ((x^1)^T,\ldots,(x^k)^T)^T$. The vector $s \in \mathbb{R}^n$ is defined analogously. The primal and dual SOCO problems are defines as follows:

$$\text{minimize}\{c^Tx : Ax = b, x \in \mathcal{K}\}, \qquad \text{(P-SOCO)}$$
$$\text{maximize}\{b^Ty : A^Ty + s = c, s \in \mathcal{K}^*\}. \qquad \text{(D-SOCO)}$$

Using the structure of x and s, we can write $x \circ s = ((x^1 \circ s^1)^T,\ldots,(x^k \circ s^k)^T)^T$. Finally, let $X := \text{diag}(X^1,\ldots,X^k)$ and $e = (e_{n_1},\ldots,e_{n_k})^T$. Now we can define the IPC and the central path for SOCO problems. The IPC reads as follows: there is an $x \in \mathcal{K}$ such that $Ax = b$ and for all $j = 1,\ldots,k$ we have $x^j \in \text{int}(\mathcal{L}^{n_j})$ and there is an $s \in \mathcal{K}^*$ and a vector y such that $A^Ty + s = c$ and for all $j = 1,\ldots,k$ we have $s^j \in \text{int}(\mathcal{L}^{n_j})$. Assuming that the matrix A has full row rank and the IPC holds, the central path of the SOCO problem is defined as the set of solutions

$$\begin{aligned} Ax \quad &= b,\ x \in \mathcal{K}, \\ A^Ty + \quad s &= c,\ s \in \mathcal{K}^*, \\ Xs &= \mu e. \end{aligned} \qquad (5)$$

The Newton system is obtained analogously to the LO case; we linearize the last equation:

$$\begin{aligned} A\Delta x \quad &= 0, \\ A^T\Delta y + \quad \Delta s &= 0, \\ S\Delta x + X\Delta s &= \mu e - Xs. \end{aligned} \qquad (6)$$

The systems (5) and (6) are virtually completely analogous to their LO counterparts and seem that we completed our project without much trouble to generalize IPMs to SOCO. However we face one more roadblock. With the assumption that the matrix A has full row rank, we have in the LO case that the Newton system (6), just as the central path equations (5), has a unique solution. This is not the case for SOCO. The Newton system might be singular even if the matrix A has full rank (for an example, see [17]). To overcome this difficulty, a symmetric scaling is needed. The most successful NT-scaling scheme is discussed and analyzed in [15, 23] and implemented in [2, 20].

3.3.2 Semidefinite Optimization

SDO is defined over $\mathcal{S}^n$, the linear space of $n \times n$ symmetric matrices, while $\mathcal{S}^n_+$, the set of symmetric positive semidefinite matrices, is a closed, convex, pointed cone. The inner product of two symmetric matrices X and S is defined as the trace of the product of the matrices, i.e., $\text{Tr}(XS)$. Further, one can verify easily that for any given $S \in \mathcal{S}^n$, the inner product $\text{Tr}(XS)$ is nonnegative for all $X \in \mathcal{S}^n_+$ if and only if the matrix S is positive semidefinite. This observation proves that the cone $\mathcal{S}^n_+$ is self-dual, i.e., $(\mathcal{S}^n_+)^* = \mathcal{S}^n_+$. Obviously, the zero element and the unit element in $\mathcal{S}^n$ are the zero matrix and the identity matrix E, respectively.

Dans les méthodes de point intérieur, l'élément zéro du terme de droite de la condition de complémentarité $xs = 0$ est remplacée par un multiple de l'élément unitaire μe, sous la forme d'une perturbation. On applique alors la méthode de Newton pour obtenir une solution approximative pour le système perturbé et le paramètre de perturbation μ est graduellement réduit à zéro.

Pour adapter les méthodes de point intérieur de façon à résoudre les problèmes d'OLC, on doit définir un produit intérieur, analogue du produit d'Hadamard, l'élément zéro et l'élément unitaire dans l'espace propre où les cônes sont définis.

3.3 Méthodes de point intérieur pour l'optimisation de second ordre et l'optimisation semi-définie

Dans cette section, nous examinons deux classes de problèmes d'OLC : l'optimisation de second ordre et l'optimisation semi-définie. Nous définissons systématiquement les cônes, les opérations, les valeurs nulles et unitaires et la méthode de Newton pour ces classes de problèmes spécifiques. Une fois ces éléments définis, la structure algorithmique générale des méthodes de point intérieur, présentée à la section 2, peut être mise en application.

3.3.1 L'optimisation conique de second ordre

L'OCSO, ou comme on l'appelle souvent l'optimisation quadratique conique, est fondée sur le produit direct de second ordre, ou cône de Lorenz.

Définition 3.2 L'ensemble $\mathcal{L}^n = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x_{n*}\| < x_n\}$ est appelé le cône de second ordre n-dimensionnel où $x_{n*} = (x_1, \ldots, x_{n-1})^T$.

Il est facile de vérifier si $\mathcal{L}^n$ est un cône fermé, convexe et pointu. En outre, en appliquant l'inégalité de Cauchy-Schwarz, on peut démontrer que le cône $\mathcal{L}^n$ est auto-dual, c'est-à-dire $(\mathcal{L}^n)^* = \mathcal{L}^n$. Le produit intérieur est défini de la manière standard et l'élément zéro représente simplement le vecteur zéro; cependant, l'élément unitaire n'est pas le vecteur ayant toutes les coordonnés égales à un. Le vecteur $(1,\ldots,1)$ n'est pas dans $\mathcal{L}^n$. L'élément unitaire à l'intérieur du cône de second ordre est le vecteur $e_n = (0,\ldots,0,1)^T$. Avant de présenter la méthode de Newton, on doit encore définir le produit de Jordan « $\circ$ » : $\mathcal{L}^n \times \mathcal{L}^n \to \mathcal{L}^n$ de deux vecteurs comme suit : Soit $x, s \in \mathbb{R}^n$, alors

$$x \circ s := (x_n s_{n*}^T + s_n x_{n*}^T, x^T s)^T.$$

On peut exprimer le produit de Jordan des vecteurs sous la forme d'un produit matrice-vecteur. Soit

$$X := \mathrm{mat}(x) = \begin{pmatrix} x_n I & x_{n*} \\ x_{n*}^T & x_n \end{pmatrix},$$

alors $x \circ s = Xs = Sx$. On peut comprendre l'utilité du produit de Jordan en étudiant la condition d'optimalité $x^T s = 0$. Considérons la condition d'optimalité (4) d'un problème d'OLC quand $\mathcal{K} = \mathcal{K}^* = \mathcal{L}^n$. Alors pour $x, s \in \mathcal{L}^n$, on obtient

$$x^T s = x_{n*}^T s_{n*} + x_n s_n \geq -\|x_{n*}\|\|s_{n*}\| + x_n s_n \geq 0,$$

où on établit la première inégalité en appliquant l'inégalité de Cauchy-Schwarz et où la seconde inégalité résulte de la définition du cône $\mathcal{L}^n$. On a $x^T s = 0$, et, par conséquent, une égalité dans les deux cas, si et seulement si $x_{n*} \| s_{n*}$ et $\|x_{n*}\| = x_n$, $\|s_{n*}\| = s_n$. On peut exprimer ces conditions sous la forme $x \circ s = Xs = 0$.

After this introduction we are ready to define the SDO problem. A primal-dual pair of SDO problems is defined as follows:

$$\text{minimize}\{\mathrm{Tr}(CX) : \mathrm{Tr}(A_iX) = b_i,\ i = 1,\dots m,\ X \in \mathcal{S}^n_+\}, \tag{P-SDO}$$

$$\text{maximize}\{\ b^Ty : \sum_{i=1}^{m} A_iy_i + S = C,\ S \in \mathcal{S}^n_+\}. \tag{D-SDO}$$

where C, $A_i\ \forall\ i$ are symmetric matrices. The reader easily verifies that SDO problems are special CLO problems, the objective and the constraining functions are linear and, by using the observation $\mathrm{Tr}(CX) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} c_{jk}x_{jk}$, can easily be written in the standard CLO form.

As it is known, the matrix product XS for $X \in \mathcal{S}^n_+$ and $S \in \mathcal{S}^n_+$ is not symmetric in general, but it has real nonnegative eigenvalues, i.e., XS is a positive semidefinite matrix. Thus, the optimality condition $\mathrm{Tr}(XS) = 0$ can equivalently be written as $XS = 0$. The perturbation of this matrix equation by a multiple of the identity matrix leads to the relation $XS = \mu E$.

Now we are ready to define the IPC and the central path for SDO problems. The IPC reads as follows: there is a positive definite $X \in \mathcal{S}^n$ such that $\mathrm{Tr}(A_iX) = b_i\ \forall\ i$, and there is a positive definite $S \in \mathcal{S}^n$ and a vector y such that $\sum_{i=1}^{m} A_iy_i + S = C$. We assume that the matrices A_i are linearly independent. The central path of the SDO problem is defined as the set of solutions of the perturbed system of the optimality conditions:

$$\begin{aligned} \mathrm{Tr}(A_iX) \quad &= b_i,\ i = 1,\dots,m,\ X \in \mathcal{S}^n_+, \\ \sum_{i=1}^{m} A_iy_i + \quad S &= C,\ S \in \mathcal{S}^n_+, \\ XS &= \mu E. \end{aligned} \tag{7}$$

Observe that we are dealing with symmetric matrices and the multiplication of symmetric matrices is not commutative, the product of symmetric matrices is not necessarily symmetric. This does not cause any problem when defining the central path by the system (7). The last equation requires that $XS = \mu E$, thus equivalently we could write $SX = \mu E$. Further, if the matrices A_i are linearly independent, then (7) has a unique solution and so the central path for SDO is well defined.

The Newton system is derived analogously to the LO case; we linearize the last equation:

$$\begin{aligned} \mathrm{Tr}(A_i\Delta X) \quad &= b_i,\ i = 1,\dots,m, \\ \sum_{i=1}^{m} A_i\Delta y_i + \quad \Delta S &= C, \\ \Delta XS + X\Delta S &= \mu E - XS. \end{aligned} \tag{8}$$

The systems (7) and (8) are virtually completely analogous to their LO counterparts, however there are two significant differences.

Après ce travail préparatoire, on est prêt à définir la forme générale du problème d'OCSO, la CPI pour l'OCSO, le chemin central et le pas de la méthode de Newton.

Soient $\mathcal{K} = \mathcal{K}^* = \mathcal{L}^{n_1} \times \cdots \times \mathcal{L}^{n_k}$ où $n_1 + \cdots + n_k = n$ et pour $j = 1,\ldots,k$ définissons les vecteurs $x^j = (x_{p+1},\ldots,x_{p+n_j})^T$ où $p = \sum_{i=1}^{j-1} n_i$, alors $x = ((x^1)^T,\ldots, (x^k)^T)^T$. Le vecteur $s \in \mathbb{R}^n$ est défini par analogie. Le problème primal et le problème dual d'OCSO sont définis comme suit :

$$\min\{c^T x : Ax = b, x \in \mathcal{K}\}, \qquad \text{(OCSO-P)}$$
$$\max\{b^T y : A^T y + s = c, s \in \mathcal{K}^*\}. \qquad \text{(OCSO-D)}$$

À partir de la structure de x et s, on peut écrire $x \circ s = ((x^1 \circ s^1)^T,\ldots, (x^k \circ s^k)^T)^T$. Enfin, posons $X := \text{diag}(X^1,\ldots,X^k)$ et $e = (e_{n_1},\ldots,e_{n_k})^T$. On peut maintenant définir la CPI et le chemin central pour les problèmes d'OCSO. La CPI s'établit comme suit : il existe un $x \in \mathcal{K}$ tel que $Ax = b$ et pour tout $j = 1,\ldots,k$ on a $x^j \in \text{int}(\mathcal{L}^{n_j})$ et il existe un $s \in \mathcal{K}^*$ et un vecteur y tel que $A^T y + s = c$ et pour tout $j = 1,\ldots,k$ on a $s^j \in \text{int}(\mathcal{L}^{n_j})$. Dans l'hypothèse où la matrice A est de plein rang et que le CPI se vérifie, le chemin central du problème d'OCSO est défini comme l'ensemble de solutions

$$\begin{aligned} Ax \qquad &= b, \; x \in \mathcal{K}, \\ A^T y + \qquad & s = c, \; s \in \mathcal{K}^*, \\ Xs &= \mu e. \end{aligned} \tag{5}$$

On obtient le système de Newton par analogie avec le cas d'OL; on linéarise la dernière équation :

$$\begin{aligned} A\Delta x \qquad &= 0, \\ A^T \Delta y + \qquad & \Delta s = 0, \\ S\Delta x + X\Delta s &= \mu e - Xs. \end{aligned} \tag{6}$$

Les systèmes (5-6) sont pour ainsi dire totalement analogues à leurs équivalents d'OL et donnent à penser que nous avons terminé notre projet sans que la généralisation des méthodes de point intérieur pour l'OCSO ne nous ait posé trop de difficulté. Cependant, nous faisons face à un autre obstacle. Dans l'hypothèse où la matrice A est de plein rang, on constate dans le cas de l'OL que le système de Newton (6), tout comme pour les équations de chemin central (5), a une solution unique. Ce n'est pas le cas de l'OCSO. Le système de Newton peut être singulier même si la matrice A est de plein rang (à titre d'exemple, se reporter au [17]). Pour surmonter cette difficulté, on doit avoir recours à un changement d'échelle (« scaling ») symétrique. La structure de NT-scaling la plus performante est présentée et analysée dans [15, 23] et mise en application dans [2, 20].

3.3.2 Optimisation semi-définie

L'optimisation semi-définie est définie sur $\mathcal{S}^n$, l'espace linéaire de $n \times n$ matrices symétriques, tandis que $\mathcal{S}^n_+$, l'ensemble des matrices semi-définies positives symétriques, est un cône fermé, convexe et pointu. Le produit intérieur de deux matrices symétriques X et S est défini comme la trace du produit des matrices, c'est-à-dire, $\text{Tr}(XS)$. En outre, on peut facilement vérifier que pour tout $S \in \mathcal{S}^n$, le produit intérieur $\text{Tr}(XS)$ est non négatif pour tout $X \in \mathcal{S}^n_+$ si et seulement si

First, as it was mentioned earlier, the multiplication of symmetric matrices is not commutative and the product of symmetric matrices is not necessarily symmetric. Hence, the products ΔXS, $X\Delta S$ and XS are not symmetric. We need the new iterate, as a step from (X, y, S) in the direction $(\Delta X, \Delta y, \Delta S)$, to be feasible for (P-SDO) and (D-SDO), thus ΔX and ΔS must be symmetric. It is easy to verify that the second equation in (8) ensures that ΔS is symmetric, but the third equation of (8), when written as $\Delta X = \mu S^{-1} - X - X\Delta S S^{-1}$ shows clearly that ΔX is not symmetric in general.

Second, even with the assumption that the matrices A_i are linearly independent the Newton system (8) is not well defined. If we enforce the symmetricity of the matrix ΔX, then it becomes an over-determined system. The remedy, just as in the case of SOCO, is symmetric scaling. The most successful NT-scaling scheme is discussed and analyzed in [15] and implemented in [20].

4. Recent advances

Although the field of IPMs is getting to be a matured discipline, the intensive research for better algorithmic variants, new implementations of IPMs for classes of CLO problems and expanding the applications of polynomially solvable CLO problems continues.

Regarding the area of algorithmic research, it is worth mentioning that Peng, Roos and Terlaky introduced the class of *Self-Regular (SR) functions* [16] and improved the complexity of large-update large-neighborhood IPMs for all the discussed classes of CLO problems. Some characteristics of SR-based IPMs are as follows:

- adjustable, stronger barrier and growth behaviour;
- the SR barrier is imposed in a scaled space;
- the SR barrier is a proximity w.r.t. the solution of the perturbed complementarity condition;
- new search directions;
- complexity of large-update IPMs is almost identical to the small update ones.

It still needs further research to explore what is the practical use and computational power of this novel approach.

On the application side of modelling and applications, the excellent book [3] by Ben-Tal and Nemirovskii has to be mentioned. This book is an endless treasury of applications of CLO problems, including a novel treatment of robust LO and SOCO.

■ ■ ■

ANNOUNCEMENT (from Mohan Chaudhry).....

I am currently visiting KAIST (*Korea Advanced Institute of Science and Technology*) as an invited distinguished professor to prepare and give a course on discrete-time queues with a view towards applications to telecommunicaiton. They have asked me whether I know anyone who might be willing to come for a short visit, particularly in the areas of e-business or IT. If anybody is interested in visiting KAIST for a short period (say a week or two) and has the expertise in either of the above two areas, please contact me at the following numbers:

Phone: 82-42-869-3101 (office)
Fax: 82-42-869-3110
Phone: 82-42-823-1809 (home)
E-mail: chaudhry-ml@rmc.ca

Après cette introduction, nous sommes prêts à définir le problème d'OSD. On définit ainsi une paire primal-dual de problèmes d'OSD :

$$\min\{\mathrm{Tr}(CX) : \mathrm{Tr}(A_iX) = b_i,\ i = 1,\dots m,\ X \in \mathcal{S}^n_+\}, \qquad \text{(OSD-P)}$$

$$\max\{\, b^T y : \sum_{i=1}^{m} A_i y_i + S = C,\ S \in \mathcal{S}^n_+\}. \qquad \text{(OSD-D)}$$

où C, A_i $\forall$ i sont des matrices symétriques. Le lecteur constate rapidement que les problèmes d'OSD sont des problèmes d'OLC particuliers, la fonction objectif et la fonction contraignante sont linéaires et, à partir de l'observation $\mathrm{Tr}(CX) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} c_{jk}x_{jk}$, on peut facilement les exprimer sous la forme standard de l'OLC.

Comme on le sait, le produit des matrices XS pour $X \in \mathcal{S}^n_+$ et $S \in \mathcal{S}^n_+$ n'est pas symétrique en général, mais il a de réelles valeurs propres non négatives, c'est-à-dire que XS est une matrice semi-définie positive. Par conséquent, la condition d'optimalité $\mathrm{Tr}(XS) = 0$ peut, de manière équivalente, être exprimée sous la forme $XS = 0$. La perturbation de cette équation matricielle par un multiple de la matrice d'identité conduit à la relation $XS = \mu E$.

Nous sommes maintenant prêts à définir la CPI et le chemin central pour les problèmes d'OSD. La CPI se lit comme suit : il existe une valeur définie positive $X \in \mathcal{S}^n$ tel que $\mathrm{Tr}(A_iX) = b_i \ \forall\ i$, et il existe une valeur définie positive $S \in \mathcal{S}^n$ et un vecteur y tel que $\sum_{i=1}^{m} A_i y_i + S = C$. On fait l'hypothèse que les matrices A_i sont linéairement indépendantes. Le chemin central du problème d'OSD est défini comme l'ensemble de solutions du système perturbé des conditions d'optimalité :

$$\begin{aligned} \mathrm{Tr}(A_iX) \quad &= b_i,\ i = 1,\dots,m,\ X \in \mathcal{S}^n_+, \\ \sum_{i=1}^{m} A_i y_i + \quad & S = C,\ S \in \mathcal{S}^n_+, \\ & XS = \mu E. \end{aligned} \qquad (7)$$

Notons que nous avons des matrices symétriques et que la multiplication des matrices symétriques n'est pas commutative, le produit des matrices symétriques n'est pas nécessairement symétrique. Cela ne pose aucun problème quand on définit le chemin central par le système (7). Pour la dernière équation, il faut que $XS = \mu E$, par conséquent on pourrait de manière équivalente écrire $SX = \mu E$. En outre, si les matrices A_i sont linéairement indépendantes, alors (7) a une solution unique et alors le chemin central pour l'OSD est bien défini.

Le système de Newton est dérivé par analogie avec le cas d'OL; on linéarise la dernière équation :

$$\begin{aligned} \mathrm{Tr}(A_i\Delta X) \quad &= b_i,\ i = 1,\dots,m, \\ \sum_{i=1}^{m} A_i \Delta y_i + \quad & \Delta S = C, \\ & \Delta XS + X\Delta S = \mu E - XS. \end{aligned} \qquad (8)$$

NOTES

1. Supported by the grant # OPG 0048923 of the National Sciences and Engineering Research Council of Canada, an FPP grant from IBM Watson Research Laboratory and the Hungarian Research Fund OTKA No. T 019492.

2. Second order cones are frequently referred to as *Lorenz* or *quadratic cones*, and SOCO as *conic-quadratic optimization*.

3. The analytic center x^a of a polyhedron given by $\{x : Ax = b, x \geq 0\}$ is defined as

$$x^a := \arg\max_{Ax=b} \{\prod_{j=1}^{n} x_j\}$$

4. The self-dual homogeneous embedding model [20, 19, 25] is an elegant solution for the initialization of IPMs.

5. Second order cones are intimately related to Jordan Algebras defined on n-dimensional vectors by the so-called Jordan product $\circ$ [23]. Such a Jordan Algebra has the unit element e_n – it is commutative but not associative.

♣ ♣ ♣

NOTES

1. A bénéficié du soutien financier de la subvention OPG 0048923 du Conseil de recherches en sciences et en génie du Canada, d'une subvention FPP d'IBM Watson Research Laboratory et du Fonds de recherche de Hongrie OTKA N° T 019492.

2. On appelle souvent les cônes de second ordre « *cônes de Lorenz* ou *cônes quadratiques* » et l'OCSO, « *optimisation conique-quadratique* ».

3. Le centre analytique x^a d'un polyèdre représenté par $\{x : Ax = b, x \geq 0\}$ est défini

$$x^a := \arg\max_{Ax=b} \{\prod_{j=1}^{n} x_j\} .$$

4. Le modèle d'inclusion homogène auto-dual [20, 19, 25] est une élégante solution pour l'initialisation de méthodes de point intérieur.

5. Les cônes de second ordre sont étroitement liés à l'algèbre de Jordan définie sur les vecteurs n dimensionnels par ledit produit de Jordan $\circ$ [23]. Une telle algèbre de Jordan a l'élément unitaire e_n – elle est commutative, mais non associative.

Les systèmes (7) et (8) sont pour ainsi dire totalement analogues à leurs équivalents d'OL, cependant on note deux différences importantes.

Dans un premier temps, comme nous l'avons mentionné plus haut, la multiplication des matrices symétriques n'est pas commutative et le produit des matrices symétriques n'est pas nécessairement symétrique. Par conséquent, les produits ΔXS, $X\Delta S$ et XS ne sont pas symétriques. Il faut que la nouvelle iterée, en tant que pas en provenance de (X, y, S) vers $(\Delta X, \Delta y, \Delta S)$, soit réalisable pour (OSD-P) et (OSD-D), par conséquent ΔX et ΔS doivent être symétriques. Il est facile de vérifier que la seconde équation de (8) garantit que ΔS soit symétrique, mais que la troisième équation de (8), lorsqu'elle est exprimée sous la forme $\Delta X = \mu S^{-1} - X - X\Delta SS^{-1}$ indique clairement que ΔX n'est pas symétrique en général.

En second lieu, même si on fait l'hypothèse que les matrices A_i sont linéairement indépendantes, le système de Newton (8) n'est pas bien défini. Si on applique la symétricalité de la matrice ΔX, alors le système devient surdéterminé. La solution, comme dans le cas de l'OCSO, consiste à faire appel à un changement d'échelle (« scaling ») symétrique. La structure de NT-scaling la plus performante est présentée et analysée dans [15] et mise en application dans [20].

4. Récents développements

Même si le domaine des méthodes de point intérieur est une discipline qui semble arriver à maturité, la recherche intensive de meilleures variantes algorithmiques, de nouvelles applications des méthodes de point intérieur pour des classes de problèmes d'OL et le développement des applications de problèmes d'OLC solubles par polynômes continuent.

Quant au domaine de la recherche algorithmique, il convient de souligner que Peng, Roos et Terlaky ont présenté la classe de *fonctions auto-holomorphes* [16] et amélioré la complexité de méthodes de point intérieur d'actualisation et de voisinage à grande échelle pour toutes les classes d'OCL traitées. Voici quelques-unes des caractéristiques des méthodes de point intérieur auto-holomorphes :

- ajustement, barrière plus robuste et comportement d'accroissement;
- la barrière auto-holomorphe est imposée dans un espace approximatif;
- la barrière auto-holomorphe est une proximité en fonction de la solution de la condition de complémentarité perturbée;
- nouveaux axes de recherche;
- la complexité des méthodes de point intérieur d'actualisation à grande échelle est presque identique à celle des méthodes à plus petite échelle.

Il faut encore poursuivre les recherches pour établir quelle sera l'utilité pratique et la puissance de computationnelle de cette nouvelle approche.

Dans le domaine de la modélisation et des applications, nous tenons à mentionner l'excellent ouvrage [3] par Ben-Tal and Nemirovskii. Ce livre est une source inépuisable d'applications de problèmes d'OLC, dont un nouveau traitement de l'OL et de l'OCSO robustes.

* **Notes** à la page 31 *et* **Ouvrages cités** à la page 33 *

Bibliography / Bibliographie

[1] E.D. Andersen, J. Gondzio, Cs. Mészáros, and X. Xu. Implementation of interior point methods for large scale linear programming. In T. Terlaky, editor, *Interior Point Methods of Mathematical Programming*, pp. 189-252. Kluwer A.P., Dordrecht, The Netherlands, 1996.

[2] E.D. Andersen, C. Roos and T. Terlaky. On Implementing a Primal-Dual Interior-Point Method for Conic Quadratic Optimization. (Submitted to *Mathematical Programming*) TR April 2000, Advanced Optimization Laboratory, McMaster University, Hamilton, Ontario, Canada. http://www.cas.mcmaster.ca/~oplab/publication/report/2001-3.ps.

[3] A. Ben-Tal and A. Nemirovskii. Convex Optimization in Engineering: Modeling, Analysis, Algorithms. To be published by *MPS-SIAM*, 2001.

[4] R.E. Bixby. Progress in linear programming. *ORSA J. on Computing* 6(1), 15-22, 1994.

[5] R.G. Bland, New finite pivoting rules for the simplex method, *Mathematics of Operations Research* 2, 103-107, 1977.

[6] K.H. Borgwardt. *The Simplex Method: A Probabilistic Analysis*. Springer Verlag, Berlin, 1987.

[7] G.B. Dantzig. *Linear Programming and Extensions*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1963.

[8] J. Farkas. Theorie der einfachen Ungleichungen. *J. Reine und Angewandte Mathematik* 124, 1-27, 1902.

[9] A.V. Fiacco and G.P. McCormick. *Nonlinear programming: Sequential unconstrained minimization techniques*. John Wiley & Sons, New York, 1968. (Reprint: Volume 4 of *SIAM Classics in Applied Mathematics*, SIAM Publications, Philadelphia, USA, 1990).

[10] K. Fukuda and T. Terlaky. Criss-cross methods: A fresh view on pivot algorithms. *Mathematical Programming Series B* 79, No. 1-3, 369-395, 1997.

[11] N.K. Karmarkar. A new polynomial-time algorithm for linear programming. *Combinatorica* 4, 373-395, 1984.

[12] L.G. Khacijan. A polynomial time algorithm in linear programming. *Soviet Mathematics Doklady* 20, 191-194, 1979.

[13] V. Klee and G.J. Minty. How good is the simplex algorithm? In O. Shisha, editor, *Inequalities III*. Academic Press, New York, 1972.

[14] J.K. Lenstra, A.H.G Rinnooy-Kahn and A. Schrijver, editors. *History of mathematical programming. A collection of personal reminiscences*. CWI, North-Holland, The Netherlands, 1991.

[15] Y.E. Nesterov and M.J. Todd. Primal-dual interior-point methods for self-scaled cones. *SIAM J. Optimization* 8, 324-362, 1998.

[16] J. Peng, C. Roos and T. Terlaky. Self-regular Proximities and New Search Directions for Linear and Semidefinite Optimization. (Submitted to *Mathematical Programming*) TR March 2000, Advanced Optimization Laboratory, McMaster University, Hamilton, Ontario, Canada. http://www.cas.mcmaster.ca/~oplab/publication/report/2000-7.ps.

[17] J. Peng, C. Roos and T. Terlaky. New Primal-dual Algorithms for Second-Order Conic Optimization Based on Self-regular Proximities. (Submitted to *SIAM J. Optimization*) TR December 2000, Advanced Optimization Laboratory, McMaster University, Hamilton, Ontario, Canada. http://www.cas.mcmaster.ca/~oplab/publication/report/2000-5.ps.

[18] A. Prékopa. On the development of optimization. *Amer. Math. Monthly* 87, 527-542, 1980.

[19] C. Roos, T. Terlaky, and J.-Ph. Vial. *Theory and Algorithms for Linear Optimization: An Interior Point Approach*. John Wiley & Sons, New York, 1997.

[20] J. Sturm. Using SeDuMi 1.0X, A Matlab Toolbox for Optimization over Symmetric Cones. *Optimization Methods and Software* Vol. 11-12, 625-653, 1999.

[21] T. Terlaky. A convergent criss-cross method, *Math. Oper. und Stat. ser. Optimization* 16(5), 683-690, 1985.

[22] T. Terlaky. An Easy way to teach interiror point methods, *European Journal of Operations Research* 130(1), 1-19, 2000.

[23] T. Tsuchiya. A polynomial primal-dual path-following algorithm for second-order cone programming. TR 649, The Institute of Statistical mathematics, Tokyo, Japan, 1997.

[24] S. Wright. *Primal-Dual Interior-Point Methods*. SIAM, Philadelphia, 1996.

[25] Y. Ye. Interior Point Algorithms. John Wiley & Sons, New York, 1997.

♥ ♥ ♥

Notice of a Proposal for a Dues Increase

This proposal for a $20.00 increase in annual membership dues will be discussed at the CORS/SCRO Annual General Meeting, to be held on Tuesday, May 8th, at 12:00 noon in Quebec city. We hope that you will be able to make your views on this topic known at the meeting.

Yours Truly,

Evelyn Richards
Secretary, CORS/SCRO

Avis de proposition pour une majoration des frais de cotisation

Cette proposition pour une majoration de 20,00$ des frais de cotisation annuelle sera discutée à l'assemblée générale annuelle de SCRO/CORS le mardi 8 mai à 12 heures (midi), à Québec. Nous souhaitons que vous viendrez y exprimer votre opinion à ce sujet.

Salutations cordiales,

Evelyn Richards
Secrétaire, SCRO/CORS

Lunch Presentation and Discussion at the CORS Meeting in Quebec City on the Position of the IE Steering Committee for the NSERC Reallocation Exercise

Every four years, up to 10% of the NSERC Research Grants Program budget is redistributed according to the changing needs and priorities of the Canadian science and engineering research community. The Research Grants program is NSERC's largest and the main support for basic research in science and engineering in Canadian universities. The Industrial Engineering committee evaluates the majority of the proposals coming from the Operations Research community. This committee evaluates the grants for nearly 250 researchers. Over 60% of the grants are allocated to research subjects generally associated with OR. Over 5 million dollars are distributed annually by this committee. In every reallocation exercise, a steering committee is mandated for each discipline to prepare a brief presenting the vision and needs of each community for more financing. A multidisciplinary NSERC reallocation committee decide on the redistribution.

The Reallocation exercise is thus an important process for the Operations Research and Industrial Engineering community, because all amount lost or gained is recurrent over the following years. For the last exercise in 1998, the Industrial Engineering committee obtained only approximately 50% of the amount contributed for the reallocation. Our aim this year is to get twice the amount contributed for reallocation.

To achieve this objective, the steering committee decided that we should address as a main issue the role of the IE/OR community in e-business. The committee strongly believes that the OR/IE community has a key role to play in the emerging digital economy. The steering committee would like to share and discuss with the OR community the strategy adopted. Our basic position would read as follows:

IE is a relatively small but extremely strong community. It accounts for approximately 2.5% of NSERC budget for individuals. Our community is extremely active on the national and international scene and recognized worldwide for the quality of its research and industrial applications. IE has always played a very important role in the design and efficient functioning of industries and services. However the paradigms are changing rapidly. Globalization of the markets and the developments of the e-business environment are forcing the reengineering of the industrial and services organizations. The IE community is being called to play a crucial role in this new industrial revolution. It has the knowledge, the techniques and the creativity to take up this challenge. Our researchers must be strongly encouraged to move their researches in new directions, taking into account the new paradigms and the new opportunities. It is essential for Canada that our community does the outmost to develop a new breed of highly qualified professionals fully trained in research in the context of this new economy. We outline in this submission a plan to help achieve this goal within the limited resources of NSERC. Additional funds will however be essential for our community to move in these new directions.

The strong support of the community will be essential to achieve our success in increasing the research budget of our community. You can use our web site at www.crt.umontreal.ca/canadaie to send your comments.

Discussion-midi au congrès de la SCRO sur les orientations retenues par le comité directeur du génie industriel pour l'exercice de réaffectation du CRSNG

Tous les quatre ans, jusqu'à 10 % du budget du Programme des subventions de recherche du CRSNG est réaffecté selon les besoins changeants et les nouvelles priorités de la communauté de recherche canadienne en sciences et en génie. Le programme de subvention de recherche est le principal mécanisme de soutien de la recherche fondamentale en sciences et en génie dans les universités canadiennes. Les professeurs-chercheurs en recherche opérationnelle sont subventionnés pour la grande majorité par le comité de génie industriel. Ce comité subventionne près de 250 chercheurs dont plus de 60% font de la recherche sur des problèmes généralement associés à la recherche opérationnelle. Plus de 5 millions de dollars est distribué annuellement par ce comité. Pour chaque exercice de réaffectation et pour chaque discipline un comité de direction est mandaté pour préparer un document présentant la vision et les besoins de sa communauté en vue de justifier un financement plus élevé. Le comité multidisciplinaire de réaffectation créé par le CRSNG pour cet exercice décide de la redistribution la plus appropriée des fonds prélevés à chaque comité.

L'exercice de réaffectation est donc un exercice important pour la communauté de la recherche opérationnelle et du génie industriel, car toute somme perdue ou gagnée est récurrente pour les années à venir. Il faut se rappeler que lors du dernier exercice en 1998, le comité de génie industriel n'a obtenu qu'environ 50% de sa mise. Notre objectif cette année est d'obtenir le double du montant contribué.

Pour atteindre cet objectif, le comité de direction a décidé que notre rapport devrait se concentrer sur le rôle majeur que notre communauté doit jouer dans la nouvelle économie et en commerce électronique. Le comité de direction aimerait discuter avec la communauté de recherche opérationnelle de cette orientation. Le rapport que nous préparons développera les idées suivantes :

La communauté des chercheurs en génie industriel est une communauté très forte même si elle est relativement petite. Elle accapare environ 2,5% des fonds distribués par le CRSNG pour les programmes de recherche individuel. Notre communauté est très active et a un niveau de reconnaissance élevé sur la scène mondiale pour la qualité de ses recherches et de ses applications industrielles. Nous avons toujours joué un rôle très important dans la planification et l'opération efficace des industries et services au Canada. Cependant les paradigmes changent rapidement. La globalisation des marchés et le développement rapide du commerce électronique forcent la ré-ingénierie des services et des organisations industrielles. Notre communauté est appelée à jouer un rôle majeur dans cette nouvelle révolution industrielle. Nous avons les connaissances, les techniques et la créativité pour relever ce défit. Les chercheurs de notre communauté doivent être fortement encouragés à faire évoluer leurs recherches dans ce sens. Il est essentiel pour le Canada que notre communauté fasse tous les efforts nécessaires pour développer une nouvelle génération de professionnels hautement qualifiés dans le contexte de cette nouvelle économie. Nous présentons dans notre rapport un plan pour aider à atteindre cet objectif à l'intérieur des ressources financières limitées du CRSNG. Notre communauté aura certainement un urgent besoin de fonds additionnels pour évoluer dans ces nouvelles directions.

Il est essentiel que nous ayons le support de notre communauté pour réussir à faire augmenter de façon significative nos budgets de recherche. Nous vous encourageons à nous envoyer vos commentaires à notre site web : www.crt.umontreal.ca/gicanada.

From the Files of the CMS

It is a pleasure to write my second note for the *CORS Bulletin* as President of the Canadian Mathematical Society. I'm delighted to continue the habit of reporting on our activities to CORS – especially as my own research areas overlap with operations research and mathematical programming. This report is a slightly revised version of my annual report to the CMS for 2000. I would welcome contact from CORS members interested in any of our activities: educational, editorial or research.

A General Reprise

The year 2000 was a very busy and for the most part very successful year for the Society: organizationally, intellectually and even financially. I cannot overstate how well served we are by the voluntary effort of so many of our members, as with the recent review process. Whether we choose the comparison with other Canadian Academic Societies or with foreign Mathematical Societies, we take some considerable pleasure in both the scale and level of function we provide through our annual meetings and prizes, active publication programme, sponsored high school competitions and Math Camps (there were eight during 2000 in six provinces) and the Endowment Fund Grants Competition (information on the Competition can be found via Camel at www.cms.math.ca/Grants/).

Central to last year's activities was the highly successful *Year Math 2000* joint summer meeting (www.cms.math.ca/CMS/Events/math2000/) held at McMaster University. Hosted by McMaster and Waterloo, it was certainly the largest "made in Canada" conference yet run with more than 500 participants and a dozen varied plenary lectures. A profusion of other successful events made for an unparalleled week in Canadian Mathematics.

The list of participating societies and diverse talks at the meeting (and our other meetings) – from genomics (we heard a speaker from Celera describe the Drysophila genome), control theory, imaging, bio-statistics and encryption to logic, sympletic geometry, and history of mathematics – emphasizes our ability to play a key part in the life of the mathematical sciences generally. It was followed by an equally varied and stimulating CMS Winter meeting (www.cms.math.ca/Events/winter00/) that formed a fitting conclusion to our many activities in World Math Year 2000. It was hosted by the University of British Columbia. As with all our activities, our meetings rely on a great deal of local effort for which I express the Society's gratitude.

Some Specifics

Let me highlight some of the Society's recent activities:

Olympiad and Putnam:

In June, during our Summer meeting, I had the good fortune to attend the twentieth anniversary reunion of Canadian participation in the International Mathematical Olympiad, in Toronto. More than 60 of our 86 former team members were present, which certainly evidences how significant an event participation in the IMO is for most team members. On July 4, I was also present at the annual team send-off at Simon Fraser. The six students who represented Canada in Seoul, South Korea from July 16-25 collected a gold, two silver, and one bronze medal and finished 17th out of 82 competing nations. David Arthur, the gold medallist, was 7th out of 461 contestants.

Échos de la SMC

Je suis très heureux de collaborer pour une seconde fois au Bulletin de la SCRO à titre de président de la Société mathématique du Canada. Je suis ravi de pouvoir ainsi continuer à renseigner les membres de la SCRO sur nos activités – d'autant plus que mes propres intérêts de recherche recouvrent la recherche opérationnelle et la programmation mathématique. Le présent compte rendu est une version légèrement modifiée de mon rapport annuel à la SMC pour l'an 2000. J'invite tout membre de la SCRO intéressé à l'une ou l'autre de nos activités – éducative, rédactionnelle ou de recherche – à communiquer avec nous.

Reprise générale

L'an 2000 a été une année très occupée et généralement très réussie à la Société, tant au niveau organisationnel, intellectuel que financier. Je ne pourrai suffisamment insister sur la qualité des services que la Société reçoit d'un si grand nombre de bénévoles. Leur participation à l'examen auquel nous venons de nous livrer est un parfait exemple de cette contribution. Que nous nous comparions à d'autres associations canadiennes ou à des sociétés mathématiques étrangères, nous pouvons être très fiers du nombre et de la qualité de nos activités : Réunions et remises de prix annuelles, programme dynamique de publication, concours commandités pour élèves du secondaire et camps de mathématiques (il y en a eu huit cette année dans six provinces), concours de bourses du fonds de dotation et plus encore. Pour de plus amples renseignements sur le concours, visitez le site de Camel au www.smc.math.ca/Grants/.

Le congrès conjoint *Math 2000*, qui a connu un franc succès, est certes l'une des activités qui ont le plus marqué la dernière année. Ce congrès (www.cms.math.ca/Events/summer00/), tenu à l'Université McMaster, qui avait partagé l'organisation avec l'Université de Waterloo, fut certainement l'un de nos plus importants jamais tenus au Canada. Il a en effet attiré plus de 500 participants et offert une douzaine de conférences principales sur des sujets variés. Quantité d'autres activités tout aussi réussies ont donné lieu à une semaine mathématique sans précédent au Canada.

Comme le montre la liste des sociétés participantes et des conférences présentées à ce congrès (dans des domaines aussi variés que la génomique – un conférencier de Celera nous a décrit le génome de drosophile – la théorie du contrôle, l'imagerie, la biostatistique, le chiffrement, la logique, la géométrie symplétique et l'histoire des mathématiques) et à nos autres réunions, nous sommes réellement en mesure de jouer un rôle clé dans le milieu des sciences mathématiques en général. Ce congrès a été suivi d'une Réunion d'hiver tout aussi diversifiée et stimulante (www.cms.math.ca/Events/winter00/), qui a terminé en beauté notre série d'activités dans le cadre de l'année internationale des mathématiques. Notre hôte, l'Université de la Colombie-Britannique (UBC), avait déjà accueilli avec brio plusieurs Réunions de la SMC et autres congrès ou rencontres mathématiques. À l'instar de toutes nos activités, le succès de nos Réunions dépend en grande partie du travail de l'équipe locale, que je remercie sincèrement au nom de la Société.

Quelques points particuliers

Voici maintenant certaines des autres activités récentes de la Société :

Similarly, let me record our spectacular national performance on the *1999 Putnam Competition*. Three of the top ten teams and three of the top six individuals (7 of 25) were Canadian. A recent *MAA Monthly* notes that in the past decade there have been 8 Canadian Putnam Fellows and only two from U.S. public universities. Not surprisingly, former Olympiad team members did very well. At the SFU send-off I emphasized, for the media and administrators present, what a strong endorsement of Canadian undergraduate mathematics education the entire suite of results represented. As I write, almost as good results (the University of Toronto placed 5th and Waterloo 6th) for *the 2000 Putnam Competition* have been announced.

Publications and Electronic Information:

Our publications continue to do well in an uncertain and increasingly digital world. All the Society's journals are now "fully on-line". We have to make very significant decisions, *this coming year*, such as how best to integrate our electronic and paper publishing, and whether to scale up or down our present spectrum of publishing activities.

An ad-hoc subcommittee was struck in October (chaired by Tom Salisbury) to consider these matters further. We shall return to these questions and others throughout 2001. I record that a small technological step was taken when, on November 30, 2000, the Executive held a very productive two-hour phone meeting for the first time – as a precursor to a much briefer than usual meeting at the CMS Winter Meeting. We shall try to do this more frequently.

We are exploring collaborating with the new European Mathematics Press in the process of co-development, producing, of hosting and distributing their electronic journals. We have also been engaged in various discussions with the Euclid project (based at Cornell, it has significant Sloane foundation funding to assist mathematics journals in going digital) and with CISTI-NRC Press about prospective joint ventures. We are also keen to explore shared arrangements with other Canadian Societies such as CORS.

CMS Books and Tracts:

The CMS has now completed the move of its *CMS Books in Mathematics* series to Springer New York, and the first ten volumes are now published or in press. There are already six titles on sale. Reviews will, I am sure, continue to appear in the *CMS Notes*. In June 2000, the CMS launched a parallel series of shorter books *CMS Tracts in Mathematics* to be published by the American Mathematical Society, edited by Ken Davidson and Cam Stewart from the University of Waterloo.

Each of these series hopes to publish broadly and I directly invite members of other Canadian mathematical science societies to consider publishing their work through these vehicles. Guides to authors are nearing completion in the **TeX** office. Early adherence to these guidelines by authors dramatically reduces the pain of producing a book for the author and publisher.

Combined Membership List:

The Board in December agreed to having our membership list attached to the *Combined Membership List* of the AMS/MAA/SIAM. This we view as a significant service to our members and to other mathematicians.

Olympiades et Putnam

En juin, à l'occasion de notre Réunion d'été, j'ai eu la chance d'assister aux retrouvailles soulignant le 20e anniversaire de la participation du Canada à l'Olympiade internationale de mathématiques (OIM), à Toronto. Plus de 60 anciens participants sur 86 étaient de la partie, ce qui illustre bien l'importance que revêt une participation à l'OIM pour la plupart des membres. Le 4 juillet, j'ai aussi assisté à la réception annuelle tenue à l'Université Simon Fraser pour souligner le départ de l'équipe vers l'OIM. Les six élèves qui ont représenté le Canada à Séoul (Corée du Sud), du 16 au 25 juillet derniers, ont rapporté une médaille d'or, deux d'argent et une de bronze, et ont terminé au 17e rang sur 82 pays en lice. Le médaillé d'or, David Arthur (collège Upper Canada), s'est classé 7e sur 461 participants.

Je tiens à souligner à nouveau les résultats exceptionnels de nos représentants au concours *Putnam 1999*. En effet, trois des dix meilleures équipes et trois des six meilleurs concurrents (7 sur 25) étaient canadiens. Dans un bulletin mensuel de la MAA publié récemment, on lisait qu'au cours des dix dernières années, huit étudiants canadiens ont reçu une bourse Putnam contre seulement deux étudiants d'universités publiques américaines. Il n'est pas très étonnant que les anciens membres de l'équipe de l'OIM aient très bien réussi. Comme je l'ai dit aux membres des médias et aux administrateurs présents à la réception organisée en l'honneur du départ des participants pour l'OIM, les résultats obtenus par des Canadiens aux divers concours témoignent admirablement bien de la qualité de l'enseignement des mathématiques au premier cycle dans les universités du pays. Au moment où j'écris cette chronique, on annonce des résultats presque aussi remarquables au concours *Putnam 2000* (l'Université de Toronto s'est classée au cinquième rang et celle de Waterloo, au sixième rang).

Publications et documents électroniques

Nos publications continuent de faire bonne figure à une époque d'incertitude où le numérique gagne toujours en popularité. Toutes les revues de la Société sont désormais entièrement en ligne. Nous devrons prendre d'importantes décisions cette année. Par exemple : Comment intégrer au mieux nos publications électroniques et imprimées? Faut-il élargir ou réduire la gamme de nos activités de publication actuelles?

En octobre, un sous-comité spécial (sous la présidence de Tom Salisbury) a été chargé du dossier. Nous réexaminerons ces questions et d'autres dans le courant de l'année 2001 dans ces pages. Je note une petite amélioration technologique dans la conduite de nos délibérations. En effet, le comité exécutif s'est réuni pour la première fois en conférence téléphonique le 30 novembre 2000. La séance dura deux heures et s'avéra fort productive, prélude à une rencontre beaucoup plus courte que d'habitude à la Réunion d'hiver de la SMC. Nous tâcherons de répéter l'expérience plus souvent.

Dans le dossier des projets de copublication, nous examinons différentes façons d'appuyer le nouvel éditeur European Mathematics Press ou de collaborer avec lui dans le codéveloppement, la production, l'hébergement et la distribution de ses revues électroniques. J'ai aussi eu quelques occasions de discuter de projets conjoints avec le projet Euclid (basé à Cornell et bénéficiaire d'un appui substantiel de la fondation Sloane pour aider les revues mathématiques à se mettre au numérique) et avec les presses du CNRC-ICIST. Nous souhaitons également établir des partenariats avec d'autres sociétés canadiennes telles que la SCRO.

Women in Math:

At the Winter Meeting, we were able to release a very well-received *Women in Mathematics* poster. Co-sponsored by *Waterloo Maple*, the poster celebrates the achievements of Canadian women mathematicians. It is being mailed to all Canadian high schools.

Advancement of Mathematics:

One of the task-force recommendations, in the review brought to completion by my predecessors, was to establish a Promotion of Mathematics Committee. We are now thinking of building a *Committee for the Advancement of Mathematics*, with fund-raising overseen by a subcommittee of this new committee. This would seem to appropriately reflect the constant need to raise funds with the primary goal of working to advance mathematics. In this setting, CMS has just received $68,100 over three years from NSERC's new *Promotion of Science* fund to assist with its outreach and public awareness activities.

National Science Organization:

The Secretary of State for Science convened a two-day meeting in Aylmer, Quebec (Oct 4-5, 2000) to discuss the desirability of establishing a free-standing Canadian Academy. Keith Taylor, who represented the CMS at this meeting, and I jointly responded to an on-line questionnaire prior to the meeting. The initiative seems serious and fairly advanced. Given the recent election results, we might well see the emergence of such an organization, and of significant funding for a more vigorous Royal Society of Canada.

IMU – CEIC:

The elaborate process of preparing for the next International Mathematics Congress in Beijing in 2002 is underway. We are intent to arrange a Canadian reception at the Congress, hopefully at the Embassy. More substantively, I sit, as VP, on the IMU's *Committee on Electronic Information and Communication*. The CEIC (www.math.ceic.ca) continues to make slow, but hopefully steady, progress on its charter, on issues of metadata, digital publishing, copyright and intellectual property.

We met in Vienna from October 5-7, 2000. The CMS co-sponsored the previous meeting in Berkeley in December 1999. In addition to writing a detailed report for the IMU Executive in Beijing, the principal goal is the development of a world-wide *MathNet* that allows one to obtain information about mathematicians and mathematics. The two primary steps are the installation of "secondary home pages" (institutional, departmental, and individual – see http://elib.zib.de/cgi-bin/mpm.cgi) and the integration of preprint services.

Jonathan Borwein
CMS President 2000-02

Ouvrages et Traités de mathématiques de la SMC

La SMC a maintenant terminé le transfert de la collection Ouvrages de mathématiques de la SMC de Wiley and Sons à Springer New York. Les dix premiers volumes sont déjà publiés ou en voie de l'être. Six titres sont déjà en vente. Des comptes rendus continueront de paraître dans les Notes de la SMC. En juin 2000, la SMC a lancé une collection parallèle d'ouvrages plus courts, les Traités de mathématiques de la SMC, qui seront publiés par l'American Mathematical Society, sous la direction de Ken Davidson et de Cam Stewart, de l'Université de Waterloo.

Ces deux collections voient grand, et nous devrions inviter les membres d'autres sociétés mathématiques canadiennes à y publier leurs travaux. Le bureau **TeX** achève la préparation des fichiers de style et des guides de l'auteur. En s'y conformant d'office, les auteurs allégeront considérablement le fardeau de la production de leurs ouvrages, tant pour eux-mêmes que pour l'éditeur.

Répertoire combiné des membres

Le Conseil a résolu en décembre d'intégrer ou d'annexer son répertoire des membres au répertoire combiné AMS/MAA/SIAM. Nous estimons que ce service est très important pour nos membres et pour d'autres mathématiciens.

Les femmes en mathématiques

À la Réunion d'hiver, nous avons enfin dévoilé une affiche intitulée *Les femmes en mathématiques*, qui a été très bien reçue. Cofinancée par *Waterloo Maple*, elle souligne l'apport des mathématiciennes canadiennes et sera distribuée dans toutes les écoles secondaires du pays.

L'avancement des mathématiques

L'une des recommandations du groupe de travail portait sur la création d'un comité de promotion des mathématiques. Nous songeons à présent à établir un *Comité pour l'avancement des mathématiques*. La recherche de financement serait prise en charge par un sous-comité de ce nouveau comité. Cette initiative refléterait adéquatement la constante nécessité de réunir des fonds pour promouvoir l'avancement des mathématiques. À cet égard, la SMC vient de recevoir pour ses activités de sensibilisation un financement triennal de 68 100 $ du nouveau fonds du CRSNG pour la promotion de la science.

Vers un organisme scientifique national?

Le secrétaire d'État à la science a convoqué une assemblée de deux jours à Aylmer (Québec) les 4-5 octobre 2000 pour discuter de la création éventuelle d'une académie autonome des sciences au Canada. Keith Taylor, qui a représenté la SMC à cette occasion, et moi-même avions répondu à un questionnaire en ligne en prévision de cette assemblée. L'initiative paraît sérieuse et relativement avancée. L'issue des récentes élections rend plus vraisemblable la création prochaine d'un tel organisme et la mise à disposition d'un financement substantiel pour dynamiser la Société royale du Canada.

<u>*UIM / CEIC*</u>

La grande machine organisationnelle du prochain congrès de l'UMI, qui aura lieu à Beijing en 2002, s'est mise en branle. Le Canada espère tenir une réception dans le cadre du congrès, possiblement à l'ambassade. J'assume en outre la vice-présidence d'un comité de l'information et des communications électroniques de l'UMI. Ce comité (www.math.ceic.ca) progresse lentement, mais sûrement (du moins nous l'espérons) en ce qui concerne la rédaction de sa charte, les questions liées aux métadonnées, la publication électronique, les droits d'auteur et la propriété intellectuelle.

Le comité s'est réuni à Vienne, du 5 au 7 octobre. La SMC a commandité la réunion précédente, qui a eu lieu en décembre 1999 à Berkeley. En plus de rédiger un rapport détaillé qui sera présenté au Comité exécutif de l'UMI à Beijing, le principal objectif du comité consiste à développer un réseau mondial, *MathNet*, où l'on pourrait trouver de l'information sur les mathématiciens et les mathématiques. Les deux premières étapes sont la création de pages d'accueil secondaires (pour établissements, départements et individus – à l'adresse http://elib.zib.de/cgi-bin/mpm.cgi) et l'intégration de services de prétirage.

Jonathan Borwein
Président de la SMC 2000-2002

♠ ♠ ♠

News from the Toronto Section

The Toronto and South Western Ontario Sections held a joint "minipaper night" at The Sheraton Hamilton Hotel on March 20th 2001. It was organised by Vaneeta Kaur Grover, a Ph.D. Candidate in Management Science at the Michael De Groote School of Business at McMaster University. The theme was: *"What Experts Have To Say About Quality"*. The speakers were from industry as well as academia making it a very interesting evening. It was very well attended and some of the comments of the participants included "very well organised", "very interesting evening", "very good speakers", "very interesting talks". We hope to repeat this success again next year.

Plans for CORS 2002 which will be held in Toronto, June 3-5 are progressing well. Saeed Zolfaghari of Ryerson University has taken on the role of Treasurer and joined Dave Martell (General Chair), Mike Carter (Program Chair) and Vihn Quan (Facilities and Communications Chair). Please watch the CORS/SCRO web site for a link to the CORS 2002 web site.

O.R. Journal Offers E-Commerce Tips in Free Issue

Interfaces: An International Journal of the Institute for Operations Research and the Management Sciences will be releasing a free online version of a special issue devoted to improving business practices in e-commerce on April 30, 2001. The special issue will be available free online at http://pubsonline.informs.org/.

The issue includes studies by researchers at UCLA, Carnegie Mellon University, Georgia Institute of Technology, Northwestern University, Scient, SAS Institute, and Sabre Inc. The articles cover:

- Internet-Enabled Supply Chains and Electronic Marketplaces
- E-Commerce and Operations Research in Airline Planning, Marketing, and Distribution
- Applying Quantitative Marketing Techniques to the Internet
- Operations Research in E-Business
- Optimization as an Internet Resource
- Decision Support with Web-Enabled Software

♣ ♣ ♣

Une revue sur la recherche opérationnelle offre des conseils en matière de commerce électronique dans un numéro gratuit

Interfaces, une revue internationale de l'*Institute for Operations Research and the Management Sciences*, publie une version gratuite en ligne d'un numéro spécial consacré à l'amélioration des pratiques commerciales dans le secteur du commerce électronique le 30 avril 2001. On pourra consulter gratuitement ce numéro spécial en ligne à l'adresse http://pubsonline.informs.org/.

Ce numéro contient des études réalisées par des chercheurs de l'UCLA, de la Carnegie Mellon University, du Georgia Institute of Technology, de la Northwestern University, de Scient, du SAS Institute et de Sabre Inc. Voici quelques-uns des sujets qui y sont traités :

- Les chaînes d'approvisionnement par Internet et les cybermarchés
- Le commerce électronique et la recherche opérationnelle pour la planification, la commercialisation et la distribution dans le transport aérien
- L'application de techniques quantitatives de commercialisation dans Internet
- La recherche opérationnelle et les affaires électroniques
- L'optimisation en tant que ressource Internet
- L'aide à la décision au moyen de logiciels à accès Internet

CORS Travelling Speakers Program

The Travelling Speakers Program (TSP) enables local sections to bring Canadian O.R. practitioners / researchers as speakers to their local events. In order to keep costs in line while maximizing the CORS National profile, the sponsorship will be limited to travel expenses to a maximum of $500, to be matched by the local section. The expenses covered may include costs for accommodation, meals and other local arrangements.

One page in the program brochure must be contributed to CORS for advertising. An announcement of the local event and the TSP sponsored talk will appear in the *CORS Bulletin*.

To obtain approval for funding, the local section should submit an application to the TSP co-ordinator at least one month in advance of the event date. Payment will be made by the CORS Treasurer upon receipt of the expense report.

Programme de Conférenciers Itinérants de la SCRO

Le Programme de Conférenciers Itinérants (PCI) aide les chapitres locaux à inviter des praticiens / chercheurs canadiens en R.O. à donner des exposés lors d'activités locales. Pour bien gérer ses dépenses tout en maximisant sa visibilité, la SCRO Nationale limitera sa contribution aux frais de déplacement sans dépasser 500 $. Le chapitre local doit égaler ce montant, qui peut inclure des frais d'hébergement, repas et autres nécessités.

Une page du programme de l'activité doit être réservée à la SCRO pour de la publicité. L'activité et l'exposé parrainé par le PCI seront annoncés dans le *Bulletin de la SCRO*.

Pour obtenir des fonds, le chapitre local doit soumettre une demande au Coordonnateur du PCI au moins un mois avant la date de l'activité. Le paiement sera fait par le Trésorier de la SCRO sur réception du rapport de dépenses.

Application for Funding: CORS Travelling Speakers Program
Demande de Fonds: Programme de Conférenciers Itinérants de la SCRO

Organizer's name **Nom du responsable**	
Employer Employeur	
Email address Adresse de courriel	
Name of local event **Nom de l'activité**	
Host institution Institution hôte	
Place and date Lieu et date	
Speaker's name **Nom du conférencier**	
Employer Employeur	
Email address Adresse de courriel	
Title of talk **Titre de l'exposé**	

Signature ______________________________ **Date** ____________________

MAIL TO / ENVOYER PAR LA POSTE À:

Professeur Bernard Lamond
Département OSD
Université Laval
Québec (Qc) G1K 7P4

MEETINGS AND CONFERENCES / RÉUNIONS, ASSEMBLÉES ET CONGRÈS

CORS Business Meetings / Séances de travail de la SCRO

2001 May 7 — 6th Council Meeting, Quebec City.

CORS Annual Conferences / Congrès annuels de la SCRO

2001 May 7-9

CORS – Optimization Days Joint Conference
Congrès conjoint de la SCRO - Journées de l'optimisation
Decision-Aid for Performance Enhancement / L'aide à la décision pour l'amélioration de la performance
Quebec City – Ville de Québec (Canada)
Web Site / Le site Internet : <http://www.fsa.ulaval.ca/scro-jopt>

2002 June 3-5 — 44th Congrès Annuel SCRO - CORS Annual Conference, Toronto, Ontario.

Other Conferences / Autres congrès

2001 May 20-22	10th Annual Industrial Engineering Research Conference (IERC-2001), Dallas, Texas. Program Co-Chairs: Jayant Rajgopal (rajgopal@engrng.pitt.edu) and Kim L. Needy (kneedy@engrng.pitt.edu). For details and submission guidelines, please visit the web site at <http://ie.pitt.edu/ierc2001/>.
2001 May 20-22	INFORMS Conference on Practice, Hyatt Regency La Jolla, San Diego, California. Contact: Terry Cryan, INFORMS, E-mail: terry.cryan@informs.org.
2001 June 4-6	10th International Conference on Computational Methods and Experimental Measurements (CMEM 2001), Alicante, Spain. Conference Secretariat: Susan Hanley, Wessex Institute of Technology, Ashurst Lodge, Ashurst, Southampton, SO40 7AA, UK, Phone: + 44 (0) 238 029 3223, Fax: + 44 (0) 238 029 2853, E-mail: shanley@wessex.ac.uk. For further information regarding this conference, visit <http://www.wessex.ac.uk/conferences/2001/CMEM01/>.
2001 June 4-7	Group Decision and Negotiation Conference, University of La Rochelle, France. For more details, visit the web site at <http://mies.cs.depaul.edu/gdn2001/>.
2001 June 12-15	10th International Symposium on Applied Stochastic Models and Data Analysis (AMSDA 2001), Compiegne, France. For more details, visit the conference web site at <http://www.hds.utc.fr/asmda2001>.
2001 June 17-20	INFORMS International 2001, Outrigger Wailea Resort, Maui, Hawaii. General Chair: Kathryn E. Stecke, University of Michigan, Business School, Phone: 734-763-0485, E-mail: kstecke@umich.edu. For more information, visit <http://www.informs.org/Conf/Hawaii2001>.
2001 June 17-20	21st International Symposium on Forecasting (ISF2001) – *"The Future of Forecasting"*, Callaway Gardens, Pine Mountain, Georgia. Director: Xiao-Yin Jin, Phone: 404-894-6703, Fax: 404-894-8573 (or 2301), E-mail: j.xiyiu@isye.gatech.edu. WWW: <http://www.isf2001.org/>.
2001 July 5-8	2001 Marketing Science Conference, Wiesbaden, Germany. Chair: Oliver Heil, University of Mainz, E-mail: oliverheil@aol.com. For further information, please visit the conference web site at <http://www.marketing-science.de/>.
2001 July 6-8	*Statistics 2001 Canada*: The 4th Canadian Conference in Applied Statistics, Concordia University, Montreal, Canada. All details about the conference can be accessed at the web site <http://stat2001.concordia.ca>. For further information, contact the Organizing Committee at stat2001@concordia.ca.

2001 July 9-11	EURO 2001: The XVIII-th Euro Conference on Operations Research, Erasmus University Rotterdam, The Netherlands. E-mail: info@euro2001.org, WWW: <http://www.euro2001.org>.
2001 July 9-12	International Conference on Industrial Logistics (ICIL), Okinawa, Japan. For more information, contact: ICIL 2001, P.O. Box 212, Southampton SO14 0HG, United Kingdom; E-mail: lilianbarros@yahoo.com or beg@soton.ac.uk.
2001 July 25-27	Applied Probability Society Conference, Grand Hyatt, New York, N.Y. Chair: Karl Sigman, Columbia University, E-mail: sigman@ieor.columbia.edu. Visit the web site <http://www.cap.columbia.edu/informs-aps/ap-2001.html> for the latest information.
2001 Aug 2-4	1st Annual McMaster Optimization Conference: Theory and Applications (MOPTA 01), McMaster University, Hamilton, Ontario. Conference Chair: Tamás Terlaky, Department of Computing and Software, McMaster University, E-mail: terlaky@mcmaster.ca. Abstract deadline: April 30, 2001. For more information, visit <http://www.cas.mcmaster.ca/~oplab/confs/mopta01/>.
2001 Aug 21-24	*LOGISTICS 2001* – International Conference on Integrated Logistics, Nanyang Technological University, Singapore. For more information, please visit the conference web site at <http://www.peerview.com/logistics2001>.
2001 Aug 24-25	*CanQueue 2001* – 3rd National Workshop on Queueing Theory and its Related Fields of Applications, University of Waterloo, Waterloo, Ontario. Contacts: Elizabeth Jewkes, E-mail: emjewkes@engmail.uwaterloo.ca, Phone: (519)-888-4567 Ext. 3279 and Steve Drekic, E-mail: sdrekic@math.uwaterloo.ca, Phone: (519) 888-4567 Ext. 5550.
2001 Nov 4-5	6th INFORMS Conference on Information Systems and Technology (CIST-2001), Miami Beach, Florida. To be held in conjunction with INFORMS Miami 2001 Meeting. Conference Co-Chairs: Kemal Atlinkemer, Purdue University (kemal@mgmt.purdue.edu) and Kaushal Chari, University of South Florida (kchari@coba.usf.edu).
2001 Nov 4-7	ANNIE 2001, Marriott's Pavilion Hotel, St. Louis, Missouri. Topics of interest include neural networks, fuzzy logic, evolutionary programming, complex systems, data mining, and rough sets. Conference Chair: Dr. Cihan H. Dagli, Dept. of Engineering Management, University of Missouri-Rolla, Phone: (573) 341-6576 or (573) 341-4374, E-mail: annie@umr.edu. Visit the web site <http://www.umr.edu/~annie> for more information.
2001 Nov 4-7	INFORMS Miami Beach Fall 2001, Fontainebleau Hilton. General Chair: Gary J. Koehler, Phone: (352) 846-2090, E-mail: koehler@ufl.edu. Visit the web site <http://www.informs.org/Conf/Miami2001> for more details.

WWW Conference Listings / Listes de congrès sur le Web

CORS / SCRO Conference Page: <http://www.cors.ca/meetings/confer.htm>

INFORMS Conference Home Page: <http://www.informs.org/Conf/Conf.html>

IFORS Conferences: <http://www.ifors.org/leaflet/conferences.html>

Netlib Conferences Database: <http://www.netlib.org/confdb/Conferences.html>

SIAM Conference Home Page: <http://www.siam.org/conf.htm>

The Next Issue

The next issue of the Bulletin is scheduled to appear in late July, and it will be the post-conference issue. As such, it will contain a summary of the happenings at the National Conference in Quebec City, including a list of the prize winners, the annual financial reports, the new CORS Council, etc. Until then, please send your contributions to the Bulletin, especially news on the activities of local sections and members to:

Steve Drekic
Department of Statistics and Actuarial Science
University of Waterloo
200 University Ave. W.
Waterloo, Ontario N2L 3G1
E-mail: sdrekic@math.uwaterloo.ca
Fax: 519-746-1875

The deadline for submission is **July 9, 2001**, and the preferred method of submission is by a WORD or WP attachment to an e-mail. The bulletin is produced using WORD 7.0.

◆ ◆ ◆

Le prochain numéro

Le prochain Bulletin, qui doit paraître à la fin juillet, sera le premier numéro après le congrès. Ce numéro passera en revue les festivités et activités ayant eu lieu à Québec et présentera la liste des lauréats de tous les prix ainsi que les états financiers annuels et le nouveau Conseil de la Société. D'ici là, nous vous invitons à collaborer au Bulletin, notamment en nous faisant parvenir des nouvelles sur les activités des sections locales et sur les membres à l'adresse suivante :

Steve Drekic
Department of Statistics and Actuarial Science
University of Waterloo
200 University Ave. W.
Waterloo, Ontario N2L 3G1
E-mail: sdrekic@math.uwaterloo.ca
Fax: 519-746-1875

Veuillez nous faire parvenir votre article au plus tard le **9 juillet 2001**, par courrier électronique sous forme de pièce jointe, si possible sous format WORD ou WP. Le Bulletin est produit dans la version WORD 7.0.

CORS Bulletin Advertising Policy	**Politique de publicité du bulletin de la SCRO**
Ads cost $120 per page, proportional for fractional pages. Logos and prepared layouts can be accommodated. Direct inquiries to the Editor.	Le coût d'une annonce est de 120$/page et varie en proportion pour les annonces de moindre longueur. Les annonces peuvent contenir des logos et des schémas. Contacter le rédacteur pour toute autre information.

CANADIAN OPERATIONAL RESEARCH SOCIETY
SOCIÉTÉ CANADIENNE de RECHERCHE OPÉRATIONNELLE

The **Canadian Operational Research Society** was founded in 1958. Its goal is to advance the theory and practice of O.R. and to stimulate and promote contacts between people interested in the subject.

Publications: A quarterly scientific journal called *INFOR* is published jointly with the Canadian Information Processing Society, as well as a news *Bulletin*.

Meetings: An annual National Conference with award ceremony, occasionally organized jointly with an international society (IFORS, INFORMS), as well as numerous local events organized by the local sections.

Local Sections: CORS has twelve local sections located throughout Canada.

CORS Diploma: This diploma is awarded to students graduating from a university curriculum comprising several O.R. courses.

Web site : http://www.cors.ca

To join CORS: fill this form and mail it with your payment to the address below, OR register on-line using our Web site : http://www.cors.ca

La **Société canadienne de recherche opérationnelle** a été fondée en 1958. Elle a pour but de promouvoir la théorie et la pratique de la RO et de stimuler et promouvoir les contacts entre les personnes qui s'y intéressent.

Publications : La revue scientifique *INFOR* est publiée trimestriellement en collaboration avec la Société canadienne d'informatique, ainsi qu'un *Bulletin* d'information.

Congrès et réunions : Un congrès national annuel avec remise de prix, et à l'occasion, organisé conjointement avec des sociétés internationales (IFORS, INFORMS), ainsi que de nombreux événements locaux organisés par les chapitres.

Chapitres : La SCRO a douze chapitres répartis d'un bout à l'autre du Canada.

Diplôme de la SCRO : Ce diplôme est remis aux étudiants ayant complété un programme universitaire comprenant plusieurs cours de RO.

Site internet : http://www.cors.ca

Pour adhérer à la SCRO: compléter ce formulaire et le poster avec votre paiement à l'adresse ci-dessous, OU, inscrivez-vous sur notre site Internet http://www.cors.ca.

CANADIAN OPERATIONAL RESEARCH SOCIETY / SOCIÉTÉ CANADIENNE de RECHERCHE OPÉRATIONNELLE

Application for Membership / Formulaire d'adhésion

Name / Nom: ______________________________
First / Prénom   Initial / Initiale   Last / Nom   Signature

Address / Adresse: ______________________________
Insitution / Affiliation
____
Street / Rue
____
City / Ville   Province   Postal Code / Code Postal

Internet: ______________________________
e-mail / Courrier Électronique   URL

Phone / Téléphone: ______________________________
Business / Travail   Home / Domicile   Fax / Télécopieur

Employer Name / Place de Travail: ______________________________
Name of Univeristy, if Student
Nom de L'Université, si Étudiant(e)
Position (Signature of University Official for Student Application)
Titre (Signature du Représentant de L'Université, si Étudiant(e))

Type of Membership / Abonnement:
Regular / Régulier ($55.00) ☐   Student / Étudiant(e) ($25.00) ☐   Retired / Retraité ($27.50) ☐

Payment Method/Méthode de Paiement
☐ VISA/Mastercard ______________________ Exp. ________
☐ Cheque / Chèque

Please return to / S.v.p. envoyer à: CORS-SCRO, P.O. Box 2225, Station D, Ottawa, Ontario, K1P 5W4

CORS-SCRO BOX/C.P. 2225, STN D OTTAWA, ONTARIO K1P 5W4

Atlantic Québec Montréal Kingston Ottawa Toronto Toronto Student Waterloo Student
South West Ontario Winnipeg Saskatoon Calgary Edmonton Vancouver Vancouver Student

www.cors.ca